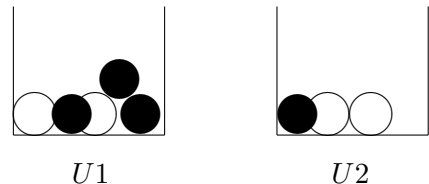


Wahrscheinlichkeitsrechnung, die Spur zurückverfolgen

1. Viele Fahrzeuge werden mit Alarmanlagen ausgestattet, die bei Einbruch zu 95% korrekt funktionieren, jedoch auch mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2% einen Fehlalarm auslösen. In einer Großstadt beträgt die Einbruchswahrscheinlichkeit für ein nachts auf der Straße abgestelltes Fahrzeug 0,0005.
 - a) Bestimme die Häufigkeiten aller Versuchsergebnisse (Anzahl der zu erwartenden echten Alarme und Fehlalarme, usw.) für 6000 alarmgeschützter Fahrzeuge.
 - b) Anwohner hören einen Alarm. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Einbruch vorliegt?
2. Ein Lügendetektor zeigt mit 80%-tiger Wahrscheinlichkeit korrekt an, wenn eine Person die Wahrheit sagt, und wenn sie lügt, zeigt er dies mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% an. Wir nehmen an, dass 60% der an einem Test teilnehmenden Personen die Wahrheit sagen.
 - a) Wie oft zeigt der Detektor bei 500 Testpersonen zu Recht (zu Unrecht) an, dass eine Person lügt?
 - b) Bei einer Person zeigt der Lügendetektor an, dass sie lügt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie die Wahrheit sagt?



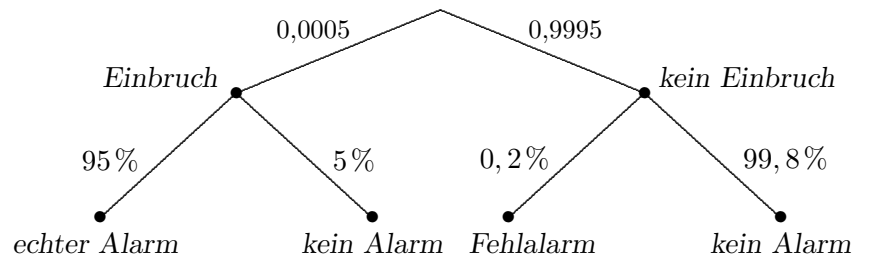
3. Die Urne $U1$ enthält 3 schwarze und 2 weiße Kugeln, $U2$ enthält 1 schwarze und 2 weiße Kugeln. Eine Urne wird zufällig ausgewählt. Kugeln werden verdeckt nacheinander einzeln gezogen, deren Farbe notiert und jeweils vor dem nächsten Ziehen wieder zurückgelegt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ziehen aus $U1$ erfolgte, wenn

- a) eine weiße Kugel gezogen wurde,
- b) vier weiße Kugeln,
- c) zwei schwarze Kugeln,
- d) zuerst eine weiße und anschließend fünf schwarze Kugeln gezogen wurden?

Wahrscheinlichkeitsrechnung, die Spur zurückverfolgen, Lösungen

1.



- a) 2,85 echte Alarme (pro Nacht), 11,99 Fehlalarme,
0,15 Einbruch und kein Alarm, 5985,01 kein Einbruch und kein Alarm
- b) Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Alarm auch ein Einbruch vorliegt, beträgt 0,192.

*Es ist das Verhältnis der echten Alarme zur Anzahl aller Alarme zu betrachten.
Dieses Verhältnis ist unabhängig von der Anzahl der alarmgeschützten Fahrzeuge.*

*Einfacher: Bilde das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit des gefragten Pfades
zur Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade mit gleichem Ausgang.*

2. a) 180 mal erkennt der Detektor, dass eine Person lügt, 60 mal erkennt der Detektor es nicht, dass eine Person die Wahrheit sagt.
- b) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person die Wahrheit sagt, obwohl der Lügendetektor das Gegenteil anzeigt, beträgt 0,25.

3.

U1	
schwarz	weiß
p_1	q_1

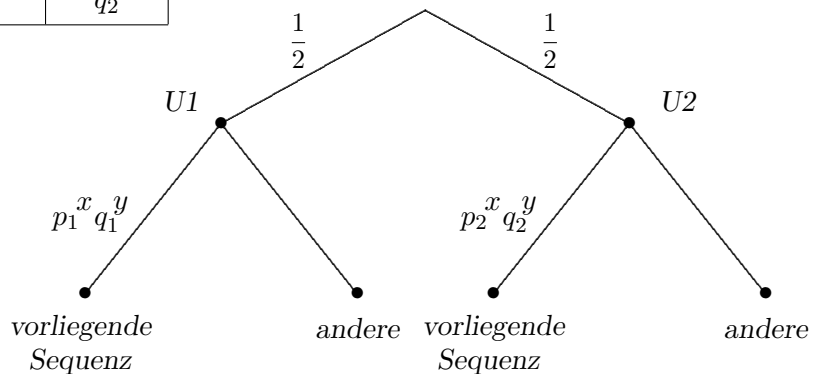
U2	
schwarz	weiß
p_2	q_2

Gezogen wurden:

- x schwarze Kugeln
 y weiße Kugeln

gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$$P = \frac{p_1^x q_1^y}{p_1^x q_1^y + p_2^x q_2^y}$$



*Verhältnis der Wahrscheinlichkeit für die Sequenz beim Ziehen aus U1
zur Summe aller Sequenzwahrscheinlichkeiten (1/2 fällt heraus).*

Wahrscheinlichkeiten für das Ziehen von

- a) einer weißen Kugel: 37,5%
b) vier weißen Kugeln: 11,5%
c) zwei schwarzen Kugeln 76,4%
d) einer weißen und anschließend fünf schwarzen Kugeln: 91,9%