

# Logik

Mathematische Aussagen sind meistens von der Form:

*Wenn ... , dann ... ,*

auch wenn der Wortlaut anders ist.

*Wenn eine Zahl durch 2 und 5 teilbar ist, dann ist sie auch durch 10 teilbar.*

Eine derartige Aussage heißt Implikation,

kurz:  $A \Rightarrow B$  (aus  $A$  folgt  $B$  oder  $A$  impliziert  $B$ ).

Hierbei ist  $A$  die Voraussetzung und  $B$  die Folgerung.

Die Umkehrung der Aussage  $A \Rightarrow B$  lautet  $B \Rightarrow A$ . Sie kann, muss aber nicht richtig sein, falls  $A \Rightarrow B$  richtig ist.

*Wenn es regnet, ist die Straße nass.*

*Umkehrung: Wenn die Straße nass ist, regnet es.*

Die Verneinung einer Aussage  $A$  heißt Negation von  $A$ , kurz:  $\neg A$ . Falls  $A \Rightarrow B$  richtig ist, ist stets auch die sogenannte Kontraposition  $\neg B \Rightarrow \neg A$  richtig.

Die Kontraposition der obigen Teilbarkeitsaussage lautet:

*Wenn eine Zahl nicht durch 10 teilbar ist, so ist sie nicht durch 2 und 5 teilbar.*

Die Zahl kann durch 2 teilbar sein oder durch 5, jedoch nicht durch 2 und 5, denn dann wäre sie durch 10 teilbar.

Falls die beiden Aussagen  $A \Rightarrow B$  und  $B \Rightarrow A$  richtig sind, so sind die Aussagen  $A$  und  $B$  gleichwertig (äquivalent), kurz:  $A \Leftrightarrow B$ .

$A$  ist genau dann wahr, falls  $B$  wahr ist.

1. Zerlege die Sätze in Voraussetzung und Folgerung:
  - a) Thales
  - b) Winkelsumme im Dreieck
  - c) Pythagoras
  - d) Strahlensätze
2. Formuliere die Umkehrung der Sätze aus der 1. Aufgabe.
3. Formuliere die Kontraposition der Sätze aus der 1. Aufgabe.
4. Falls  $A \Rightarrow B$ , so nennt man  $A$  hinreichend für  $B$  und  $B$  notwendig für  $A$ .  
Erläutere diese Begriffsbildung.
5. Welche logische Beziehung ( $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ) besteht zwischen  $A$  und  $B$ ?
  - a)  $A$ : Eine Zahl ist durch 3 teilbar.  
 $B$ : Eine Zahl ist durch 9 teilbar.
  - b)  $A$ : Eine Zahl ist durch 3 und 2 teilbar.  
 $B$ : Eine Zahl ist durch 6 teilbar.
  - c)  $\neg A \Rightarrow \neg B$
  - d)  $A \Rightarrow B$  und  $\neg A \Rightarrow \neg B$
6. Für jeden Steuerpflichtigen sind die Informationen mit/ohne Zweitwohnsitz in der Schweiz und steuerpflichtiges Jahreseinkommen höchstens/über 150000€ in einem Datensatz gespeichert. Die Datensätze können nur nach einer Information gefiltert werden und hierbei kann jeder Datensatz entweder nur durch die Angabe zum Jahreseinkommen oder zum Wohnsitz gefunden werden. Die Vermutung der Steuerfahndung, dass ein Steuerpflichtiger mit einem Zweitwohnsitz in der Schweiz ein zu versteuerndes Jahreseinkommen von höchstens 150000€ hat, soll überprüft werden. Welche Suchabfragen sind zur weiteren Überprüfung erforderlich?