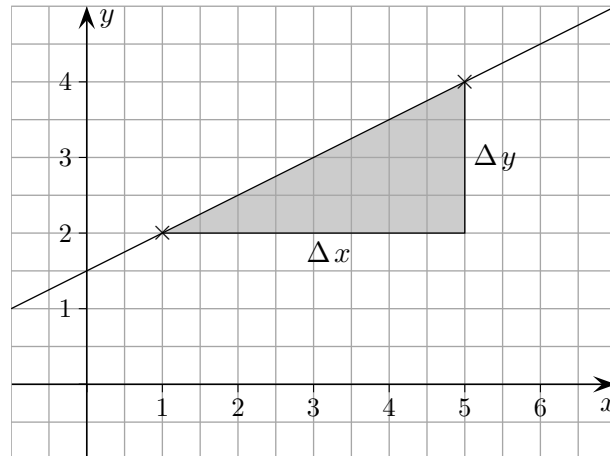


# Geradengleichung

Unser Ziel ist es, die Geradengleichung  $y = mx + b$  (auch ohne Zeichnung der Geraden) aufstellen zu können, wenn zwei Punkte gegeben sind, z.B.  $A(1 | 2)$  und  $B(5 | 4)$ .



## 1. Schritt

Wir ermitteln die Steigung der Geraden.

Aus der Grafik lesen wir ab:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 2}{5 - 1} \quad \Delta \text{ (Delta) soll an Differenz erinnern.}$$

Allgemein gilt:

Sind  $A(x_1 | y_1)$  und  $B(x_2 | y_2)$  zwei Punkte einer Geraden, so beträgt die Steigung  $m$  der Geraden:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Auf die Reihenfolge der Punkte und auf ihre Lage kommt es nicht an, Koordinaten können auch negativ sein. Möglich wäre auch:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad (\text{Erweitere den Bruch mit } -1)$$

## 2. Schritt

Um  $b$  zu bestimmen, setzen wir die  $x$ - und die  $y$ -Koordinate eines Punktes ( $A$  oder  $B$ ) in die Geradengleichung ein und lösen nach  $b$  auf, das  $m$  ist ja nun bekannt.

Eine Gerade mit der Gleichung  $y = mx + b$  besteht bekanntlich aus allen Punkten  $P(x | y)$ , deren  $x$ - und  $y$ -Koordinate die Gleichung erfüllen.

Gib die Geradengleichung an.

a)  $A(-3 | 1), \quad B(5 | 3)$

b)  $A(4 | -3), \quad B(-4 | 2)$

c)  $A(1,6 | 0,7), \quad B(5,3 | 4,8)$

d)  $A(-5,3 | 2,7), \quad B(-1,2 | -4,9)$

# Geradengleichung

Gib die Geradengleichung an.

a)  $A(3 | 1), \quad B(8 | 4)$

b)  $A(4 | -3), \quad B(-4 | 4)$

c)  $A(1,9 | 0,7), \quad B(5,3 | 6,8)$

d)  $A(-4,3 | 2,7), \quad B(-1,2 | -5,9)$

Ergebnisse

a)  $y = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}$

b)  $y = -\frac{7}{8}x + \frac{1}{2}$

c)  $y = 1,794x - 2,709$

d)  $y = -2,774x - 9,229$

GTR:

Mit STAT | EDIT  $x$ -Werte in L1 und  $y$ -Werte in L2 eingeben,  
STAT | CALC 4: LinReg(ax+b) aufrufen.

Mit LinReg(ax+b) Y1 wird das Ergebnis in Y1 für die Grafik gespeichert.  
Y1 (oder Y2, ...) mit VARS | Y-VARS | 1: Function | wählen.

Für  $x$ - und  $y$ -Werte in L2 und L3 lautet die Anweisung:  
LinReg(ax+b) L2, L3, Y1

Möglich wäre

a, b, ... als Bruch: VARS 5: Statistics | EQ a ENTER Math 1: Frac

# Gerade Punktsteigungsform

Unser Ziel ist, die Gleichung einer Geraden auf einfache Weise aufstellen zu können, wenn zwei Punkte oder ein Punkt und die Steigung gegeben sind.

## 1. Schritt

Wir stellen eine Formel für die Steigung der Geraden auf.

Seien 2 Punkte  $A(1,3 | 1,2)$  und  $B(3,4 | 2,2)$  gegeben.  
Wie lautet die Steigung  $m$  der Geraden?

Aus der Grafik 1 lesen wir ab:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2,2 - 1,2}{3,4 - 1,3} = 0,476$$

$\Delta$  (Delta) soll an Differenz erinnern.

Allgemein gilt:

Sind  $A(x_1 | y_1)$  und  $B(x_2 | y_2)$  zwei Punkte einer Geraden, so beträgt die Steigung  $m$  der Geraden:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Auf die Reihenfolge der Punkte kommt es nicht an.

Möglich wäre auch:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad (\text{Warum?})$$

## 2. Schritt

Die Gleichungen der gezeichneten Geraden können sofort aufgestellt werden.

$$y = 2x \quad (\text{Grafik 2})$$

$$y = 2(x - 3) \quad (\text{Grafik 3, Verschiebung von } y = 2x \text{ um } 3 \text{ Einheiten nach rechts})$$

$$y = 2(x - 3) + 1 \quad (\text{Grafik 4, Verschiebung von } y = 2(x - 3) \text{ um } 1 \text{ Einheit nach oben})$$

Allgemein lautet die Geradengleichung (*Punktsteigungsform*), falls  $A(x_0 | y_0)$  und die Steigung  $m$  gegeben sind:

$$y = m(x - x_0) + y_0$$

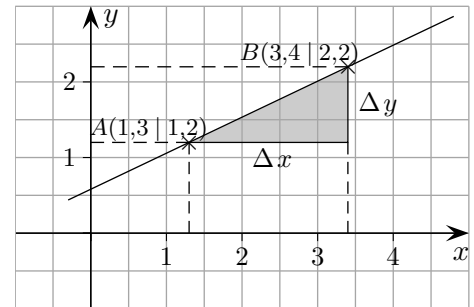
Gib die Geradengleichung an.

a)  $A(-3 | 1), B(5 | 3)$

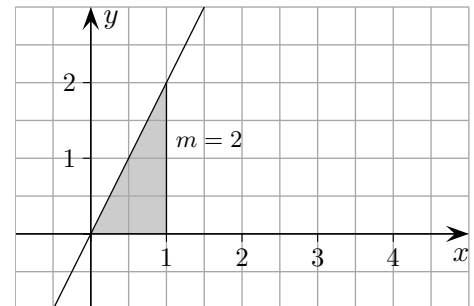
b)  $A(4 | -3), B(-4 | 2)$

c)  $A(1,6 | 0,7), B(5,3 | 4,8)$

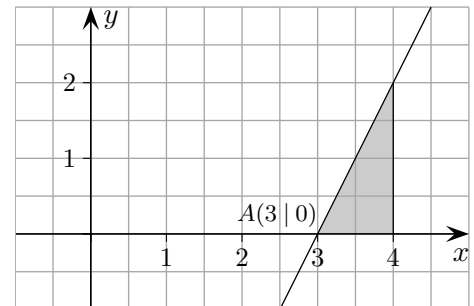
d)  $A(-5,3 | 2,7), B(-1,2 | -4,9)$



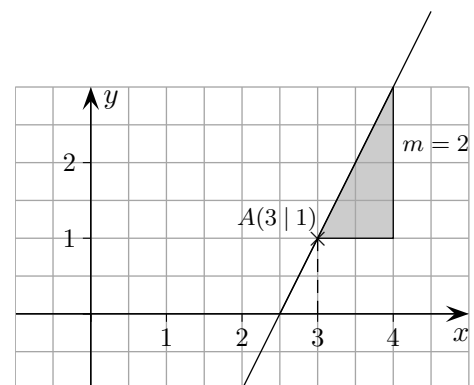
Grafik 1



Grafik 2



Grafik 3



Grafik 4

# Gerade Punktsteigungsform

Lösungen

a)  $y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$

b)  $y = -\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}$

c)  $y = 1,108x - 1,073$

d)  $y = -1,854x - 7,124$

## Punktsteigungsform, Ergänzung

Allgemeine Herleitung der *Punktsteigungsform*  $y = m(x - x_0) + y_0$ ,  
falls ein Punkt der Geraden  $A(x_0 | y_0)$  und die Steigung  $m$  gegeben sind:

$$y = mx + b \quad \text{allgemeine Geradengleichung}$$

$$y_0 = mx_0 + b \quad \text{d.h. } A \text{ liegt auf der Geraden}$$

$$\implies b = y_0 - mx_0 \quad \text{nach } b \text{ aufgelöst}$$

$$y = mx + y_0 - mx_0 \quad b \text{ in die allgemeine Geradengleichung eingesetzt}$$

$$y = m(x - x_0) + y_0 \quad m \text{ ausgeklammert}$$