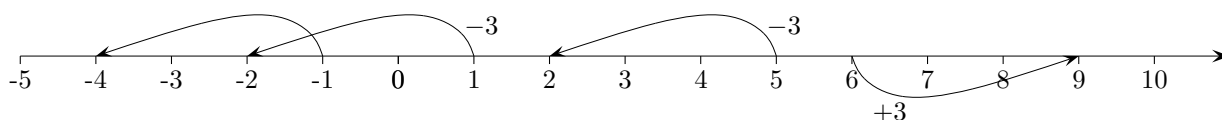


Rechnen mit negativen Zahlen Begründungen



1. Klammern auflösen

$$20 - \underbrace{(8 + 5)}_{13} = 20 - 8 - 5 \quad \text{Statt 13 in einem zu subtrahieren, können auch nacheinander 8 und 5 subtrahiert werden.}$$

$$10 - \underbrace{(7 - 3)}_4 = 10 - 7 + 3 \quad \text{Wenn statt 4 zunächst 7 subtrahiert wird, so ist der Fehler zu korrigieren - durch Addition von 3.}$$

$$3 \cdot (4 + 2) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \quad 3 \cdot (4 + 2) = (4 + 2) + (4 + 2) + (4 + 2) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2$$

2. Addition

$$\begin{aligned} (-10) + 25 &= 15 && \text{Einer positiven Zahl entspricht einem Guthaben, einer negativen Zahl entspricht einem Betrag, den man schuldet.} \\ (-15) + (-17) &= -32 && \text{Oder: } +3 \text{ bedeutet 3 Schritte auf der Zahlengeraden nach rechts, } -3 \text{ bedeutet 3 Schritte nach links.} \\ 18 + (-25) &= -7 \end{aligned}$$

3. Subtraktion

$$\begin{aligned} 5 - 8 &= 5 + (-8) = -3 && \text{Eine Subtraktion kann stets als Addition mit einer negativen Zahl geschrieben werden. } 10 - 6 = 10 + (-6) \\ -2 - 6 &= -8 && -2 - 6 = (-2) - 6 = (-2) + (-6) = -8 \\ 7 - (-4) &= 11 && 11 + (-4) = 7 \quad | -(-4) \quad \text{Beide Seiten minus } -4. \\ &&& 11 = 7 - (-4) \end{aligned}$$

4. Multiplikation

$$\begin{aligned} 3 \cdot (-5) &= -15 && 3 \cdot (-5) = (-5) + (-5) + (-5) = -15 \\ (-3) \cdot (-4) &= 12 && \begin{aligned} 3 + (-3) &= 0 && | \cdot (-4) \quad \text{Beide Seiten mal } -4. \\ -12 + \underbrace{(-3) \cdot (-4)}_? &= 0 && \text{Beachte: } 0 \cdot (-4) = 0 \\ &&& (-3) \cdot (-4) \text{ muss 12 sein. Warum?} \end{aligned} \end{aligned}$$

5. Division

$$\begin{aligned} 8 : 2 &= 4 && \text{Probe } 4 \cdot 2 = 8 \\ (-8) : 2 &= -4 && \text{weil } (-4) \cdot 2 = (-8) \\ (-8) : (-2) &= 4 && \text{weil } 4 \cdot (-2) = (-8) \end{aligned}$$

6. Zahlenreihen

$3 + 2 = 5$	$5 - 2 = 3$	$(-3) \cdot 2 = -6$
$3 + 1 = 4$	$5 - 1 = 4$	$(-3) \cdot 1 = -3$
$3 + 0 = 3$	$5 - 0 = 5$	$(-3) \cdot 0 = 0$
$3 + (-1) = 2$	$5 - (-1) = 6$	$(-3) \cdot (-1) = 3$
$3 + (-2) = 1$	$5 - (-2) = 7$	$(-3) \cdot (-2) = 6$
$3 + (-3) = 0$	$5 - (-3) = 8$	$(-3) \cdot (-3) = 9$
$3 + (-4) = -1$	$5 - (-4) = 9$	$(-3) \cdot (-4) = 12$

Das Rechnen mit negativen Zahlen, Ergänzung

Um im Guthaben/Schulden-Modell $7 - (-4)$ auszurechnen, können wir uns vorstellen, dass sich das Gesamtguthaben von 7 Einheiten aus 11 Einheiten Guthaben und (-4) Einheiten Schulden zusammensetzt, das dann um (-4) Einheiten Schulden vermindert wird.

$$7 - (-4) = \underbrace{11 + (-4)}_7 - (-4) = 11$$

$$\begin{array}{l} 4 - 4 = 0 \quad | +11 \quad \text{beide Seiten plus 11} \\ 15 - 4 = 11 \end{array}$$

Wenn auf beiden Seiten dasselbe addiert wird, bleibt die Gleichheit bestehen. Nach dieser Regel muss dann auch gelten:

$$\begin{array}{l} (-4) - (-4) = 0 \quad | +11 \quad \text{beide Seiten plus 11} \\ 7 - (-4) = 11 \quad \text{beachte: } (-4) + 11 = 7 \end{array}$$

Bedeutung

- a) $+4$ 4 wird addiert
- b) -4 4 wird subtrahiert
- c) $+(-4)$ -4 wird addiert, 4 wird subtrahiert
- d) $-(-4)$ -4 wird subtrahiert, 4 wird addiert
- $0 - (-4)$ kann vereinfacht werden zu $-(-4)$

Mögliche Schreibweisen:

$$2 - (-5) = 2 + (-(-5)) = 2 + 5 = 7$$

$$-(-3) + 8 = 8 - (-3) = 11$$

Im Gleichgewicht

a) $\square + 10 = 25 \quad | -10$
 $\square = 15$

beide Seiten minus 10

b) $\square - 20 = 5 \quad | +20$
 $\square = 25$

beide Seiten plus 20

c) $40 - \square = 22 \quad | -40$
 $-\square = -18$
 $\square = 18$

beide Seiten minus 40, beachte: $40 + (-\square) = 22$

d) $30 - \square = 44 \quad | +\square$
 $30 = 44 + \square$
 $\square = -14$

beide Seiten plus \square

Im Gleichgewicht Fortsetzung

a) $2 + 3 = 5 \quad | \cdot 4$ beide Seiten mit 4 multiplizieren
 $8 + 12 = 20$

b) $2 + 3 = 5 \quad | \cdot (-3)$ beide Seiten mit -3 multiplizieren
 $(-6) + (-9) = -15$

c) $3 + (-3) = 0 \quad | \cdot (-2)$ beide Seiten mit -2 multiplizieren
 $(-6) + \underbrace{(-3) \cdot (-2)}_6 = 0$
Eine andere Möglichkeit gibt es nicht.

d) $4 + 6 = 10 \quad | : 2$ beide Seiten durch 2 dividieren
 $2 + 3 = 5$

e) $4 + 6 = 10 \quad | : (-2)$ beide Seiten durch -2 dividieren
 $(-2) + (-3) = (-5)$

f) $4 + (-4) = 0 \quad | : (-2)$ beide Seiten durch -2 dividieren
 $(-2) + \underbrace{(-4) : (-2)}_2 = 0$