

Zinseszins

1. Wieviel sind:

- a) $\frac{2}{3}$ von 48 b) $\frac{3}{5}$ von 800
c) $\frac{4}{100}$ (4%) von 500 d) $\frac{7}{100}$ (7%) von 3000?

2. Auf welchen Betrag wächst ein Kapital von 300 € bei einem Zinssatz von 4% in 8 Jahren an?

Nach dem 1. Jahr ist das Kapital $K_0 = 300$ (in €) angewachsen auf:

$$\begin{array}{l|l} K_1 = 300 + \text{Zinsen} & K_1 = K_0 + \text{Zinsen} \\ = 300 + \frac{4}{100} \cdot 300 & = K_0 + \frac{p}{100} \cdot K_0 \\ = 300 + 12 & = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right) \\ K_1 = 312 & K_1 = K_0 \cdot q \end{array}$$

Nach dem 2. Jahr ist das neue Kapital K_1 angewachsen auf:

$$\begin{array}{l|l} K_2 = 312 + \text{Zinsen} & K_2 = K_0 \cdot q + \text{Zinsen} \\ = 312 + \frac{4}{100} \cdot 312 & = K_0 \cdot q + \frac{p}{100} \cdot K_0 \cdot q \\ = 312 + 12,48 & = K_0 \cdot q \left(1 + \frac{p}{100}\right) \\ K_2 = 324,48 & K_2 = K_0 \cdot q \cdot q \end{array}$$

Nach n Jahren ist das Anfangskapital K_0 auf

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

angewachsen, $q = 1 + \frac{p}{100}$ ist der Aufzinsungsfaktor.

3. In welcher Zeit verdoppelt sich ein Guthaben von 3000 € bei einer Verzinsung von 6%?
4. Bei welchem Zinssatz wächst ein Kapital von 700 € auf 1000 € in 6 Jahren an?
5. In welcher Zeit nimmt ein Guthaben bei einer Verzinsung von 4% von 500 € um 200 € zu?
6. Ein Kapital von 1000 € verzinst sich mit $p = 9\%$.
- a) Nach welcher Zeit hat sich das Kapital verdreifacht?
- b) Welcher Prozentsatz müsste vorliegen, damit sich das Kapital schon in 10 Jahren verdreifacht?

Zinseszins

1. Wieviel sind:

- a) $\frac{2}{3}$ von 48 b) $\frac{3}{5}$ von 800
 c) $\frac{4}{100}$ (4%) von 500 d) $\frac{7}{100}$ (7%) von 3000?

2. Auf welchen Betrag wächst ein Kapital von 300 € bei einem Zinssatz von 4% in 8 Jahren an?

Nach dem 1. Jahr ist das Kapital $K_0 = 300$ (in €) angewachsen auf:

$$\begin{array}{l|l} K_1 = 300 + \text{Zinsen} & K_1 = K_0 + \text{Zinsen} \\ = 300 + \frac{4}{100} \cdot 300 & = K_0 + \frac{p}{100} \cdot K_0 \\ = 300 + 12 & = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right) \\ K_1 = 312 & K_1 = K_0 \cdot q \end{array}$$

Nach dem 2. Jahr ist das neue Kapital K_1 angewachsen auf:

$$\begin{array}{l|l} K_2 = 312 + \text{Zinsen} & K_2 = K_0 \cdot q + \text{Zinsen} \\ = 312 + \frac{4}{100} \cdot 312 & = K_0 \cdot q + \frac{p}{100} \cdot K_0 \cdot q \\ = 312 + 12,48 & = K_0 \cdot q \left(1 + \frac{p}{100}\right) \\ K_2 = 324,48 & K_2 = K_0 \cdot q \cdot q \end{array}$$

Nach n Jahren ist das Anfangskapital K_0 auf

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

angewachsen, $q = 1 + \frac{p}{100}$ ist der Aufzinsungsfaktor.

3. In welcher Zeit verdoppelt sich ein Guthaben von 3000 € bei einer Verzinsung von 6%?
4. Bei welchem Zinssatz wächst ein Kapital von 700 € auf 1000 € in 6 Jahren an?
5. In welcher Zeit nimmt ein Guthaben bei einer Verzinsung von 4% von 500 € um 200 € zu?
6. Ein Kapital von 1000 € verzinst sich mit $p = 9\%$.
- a) Nach welcher Zeit hat sich das Kapital verdreifacht?
- b) Welcher Prozentsatz müsste vorliegen, damit sich das Kapital schon in 10 Jahren verdreifacht?

Lösungen:

1. a) 32 b) 480
 c) 20 d) 210

2. $K_8 = K_0 \cdot q^8$
 $K_8 = 300 \cdot 1,04^8 = 410,57$

3.

$$\begin{array}{l} 3000 \cdot 1,06^n = 6000 \quad | : 3000 \\ 1,06^n = 2 \\ n \cdot \lg 1,06 = \lg 2 \\ n = \frac{\lg 2}{\lg 1,06} \\ n = 11,9 \end{array}$$

4.

$$\begin{array}{l} 700 \cdot q^6 = 1000 \\ q^6 = \frac{10}{7} \quad | ()^{\frac{1}{6}} \\ q = 1,061 \\ p = 6,1 \\ q = 1,061 \\ 1 + \frac{p}{100} = 1,061 \quad | -1 \\ \frac{p}{100} = 0,061 \quad | \cdot 100 \\ p = 6,1 \end{array}$$

5. $500 \cdot 1,04^n = 700$
 $1,04^n = \frac{7}{5}$
 $n \cdot \lg 1,04 = \lg \frac{7}{5}$
 $n = 8,6$

6. a) $n = 12,7$
 b)
 $1000 \cdot q^{10} = 3000$

$$\begin{array}{l} q^{10} = 3 \quad | ()^{\frac{1}{10}} \\ q = 1,116 \\ p = 11,6 \end{array}$$