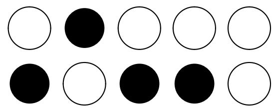
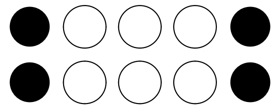
Platzierungsproblem, 3 Berechnungsarten

10 Weinflaschen, davon 4 Rotweinflaschen,
werden rechteckförmig zufällig angeordnet.



Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,
dass die Rotweinflaschen die Eckplätze einnehmen?



a) Für die verschiedenen Weinflaschen gibt es 10! Möglichkeiten, die 10 Plätze zu belegen.
Das Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit bestimmt werden soll, umfasst $4! \cdot 6!$ Möglichkeiten.
Daher gilt:

$$P = \frac{4! \cdot 6!}{10!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} = 0{,}5\,\%$$

b) Die Berechnung unter a) spiegelt das gleichzeitige Aufstellen der Flaschen wider.
Das einzelne Aufstellen der Flaschen führt zum gleichen Ergebnis.
Die Rotweinflaschen werden nummeriert. Für die 1. Flasche ist die Wahrscheinlichkeit, einen Eckplatz einzunehmen, $\frac{4}{10}$, für die 2. Flasche ist die Wahrscheinlichkeit, einen verbleibenden Eckplatz einzunehmen, $\frac{3}{9}$, usw., daher erhalten wir insgesamt (Pfadwahrscheinlichkeit):

$$P = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} = 0{,}5\,\%$$

c) Im Folgenden tritt das Aufstellen in den Hintergrund und die Anordnung nach vorne.
Um 4 Plätze aus 10 Plätzen für die Rotweinflaschen auszuwählen, gibt es $\binom{10}{4}$ Möglichkeiten,
lediglich 1 Möglichkeit stellt das Ereignis dar, dessen Wahrscheinlichkeit gesucht ist.
Dies ergibt:

$$P = \frac{1}{\binom{10}{4}} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7} = 0{,}5\,\%$$