Funktionsverläufe

Um den Graphen von

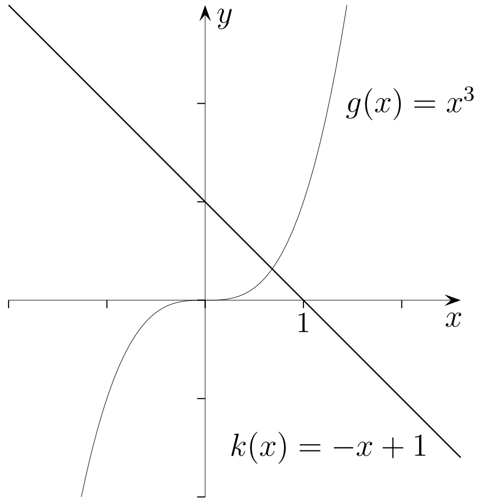
$$f(x) = x^3 - x + 1$$

zu skizzieren, skizzieren wir zunächst die Graphen der Teilfunktionen

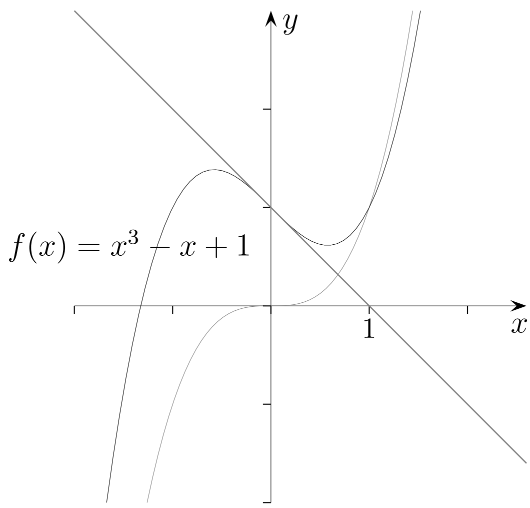
$$g(x) = x^3 \text{ und } k(x) = -x + 1\,.$$

Den Graphen von f erhalten wir dann durch *Ordinatenaddition.* (Die x-Koordinate eines Punktes heißt Abszisse, die y-Koordinate heißt Ordinate.)

Die Funktionsverläufe zeigen etwas Typisches.



In einer kleinen Umgebung des Ursprungs wird der Verlauf näherungsweise durch die Summanden mit niedrigen x-Potenzen bestimmt, für große x-Werte ist der Summand mit der höchsten x-Potenz bestimmend.

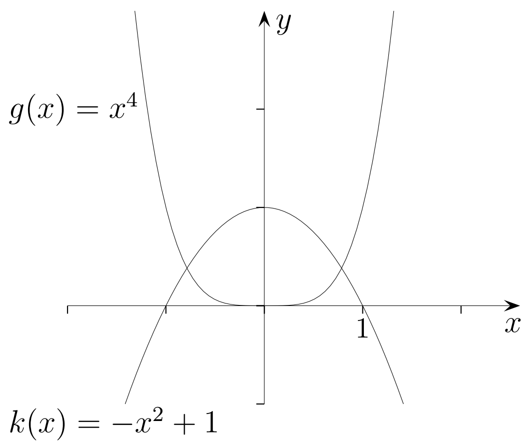


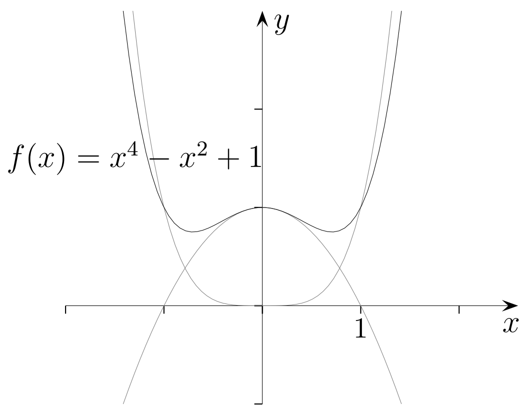
Wir betrachten ein weiteres Beispiel.
Um den Graphen von

$$f(x) = x^4 - x^2 + 1$$

zu skizzieren, skizzieren wir zunächst die Graphen der Teilfunktionen

$$g(x) = x^4 \text{ und } k(x) = -x^2 + 1\,.$$





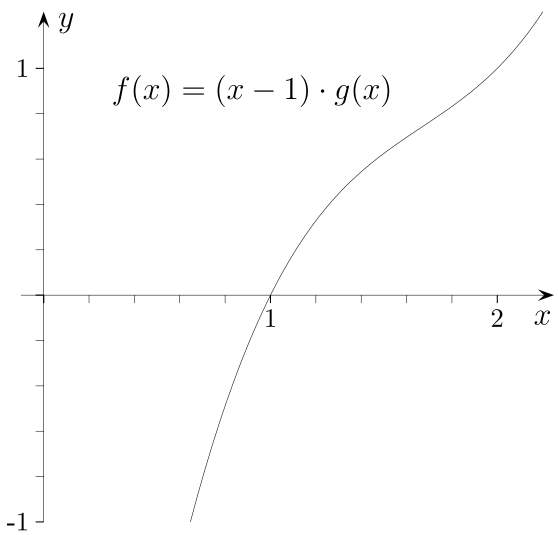
Mehrfache Nullstellen

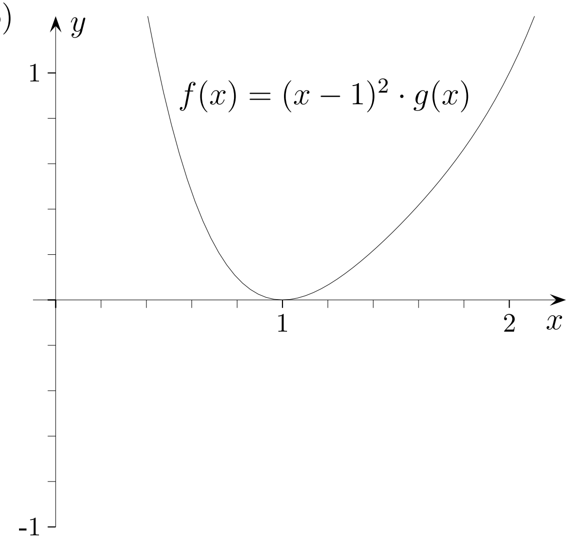
Die Funktion

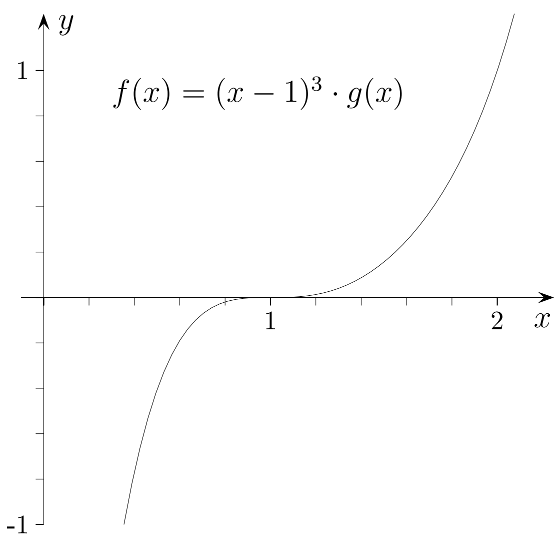
$$f(x) = (x-1)\cdot(x+3)^2\cdot(x-4)^3$$

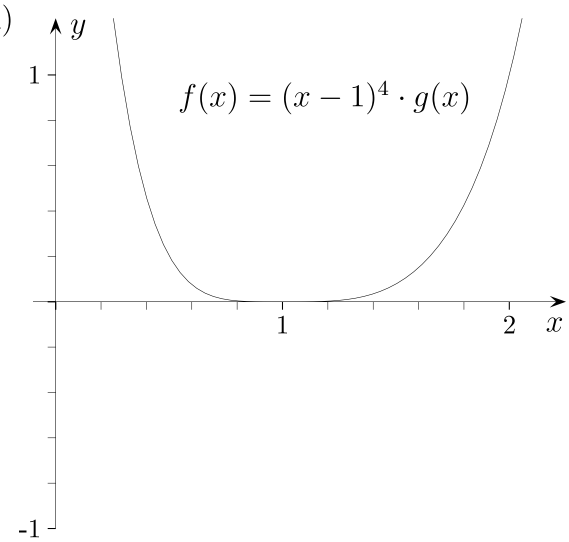
hat die einfache Nullstelle $x_1 = 1$, die doppelte Nullstelle $x_2 = -3$
und die dreifache Nullstelle $x_3 = 4$.

Erläutere den typischen Verlauf des Graphen in der Nähe der ein- bzw. mehrfachen Nullstelle,
$g(x) = x^2 - 4x + 5\,.$

a)


b)


c)


d)


Mehrfache Nullstellen

Die Funktion

$$f(x) = (x-1)\cdot(x+3)^2\cdot(x-4)^3$$

hat die einfache Nullstelle $x_1 = 1$, die doppelte Nullstelle $x_2 = -3$
und die dreifache Nullstelle $x_3 = 4$.

Erläutere den typischen Verlauf des Graphen in der Nähe der ein- bzw. mehrfachen Nullstelle,
$g(x) = x^2 - 4x + 5\,.$