

Funktionenschar

Der Funktionsterm von

$$f_k(x) = 3x^2 - \frac{3}{k}x^3$$

enthält neben der Variablen x noch eine weitere Variable k , die Formvariable oder der Parameter. Zu jedem möglichen Wert von k gehört eine Funktion.

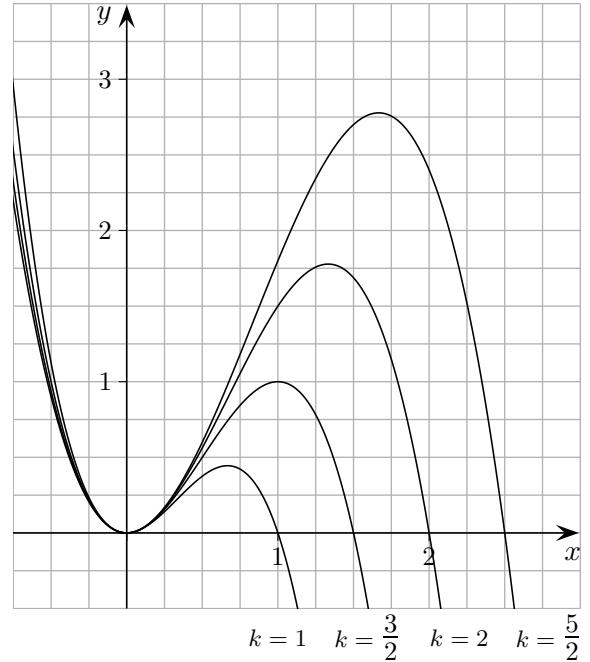
$k = 1$ ergibt die Funktion $f_1(x) = 3x^2 - 3x^3$,

$$k = \frac{3}{2} \quad f_{\frac{3}{2}}(x) = 3x^2 - 2x^3,$$

$$k = 2 \quad f_2(x) = 3x^2 - \frac{3}{2}x^3.$$

Die Funktionen bilden eine Funktionenschar, ihre Graphen eine Kurvenschar.

Für die Funktionenschar kann eine Kurvendiskussion durchgeführt werden.



Nullstellen:

$$\text{Bed.: } f_k(x) = 0$$

$$3x^2 - \frac{3}{k}x^3 = 0 \quad N_1(0 | 0), \quad N_2(k | 0)$$

$$3x^2 \left(1 - \frac{x}{k}\right) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = k$$

Weiter erhalten wir:

$$\text{Min}(0 | 0), \quad \text{Max}\left(\frac{2}{3}k \mid \frac{4}{9}k^2\right), \quad W\left(\frac{k}{3} \mid \frac{2}{9}k^2\right)$$

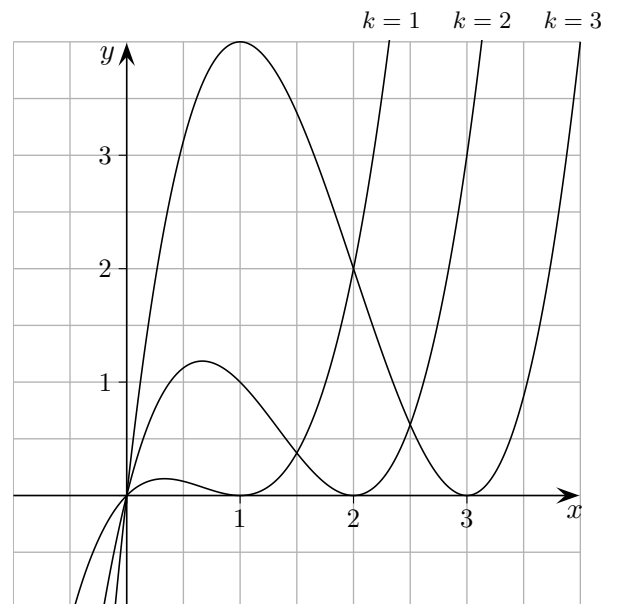
$$\text{beachte: } f_k''(0) = 6 > 0, \quad f_k''\left(\frac{2}{3}k\right) = -6 < 0$$

Aufgabe:

Gegeben sei die Funktionenschar

$$f_a(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x, \quad a > 0$$

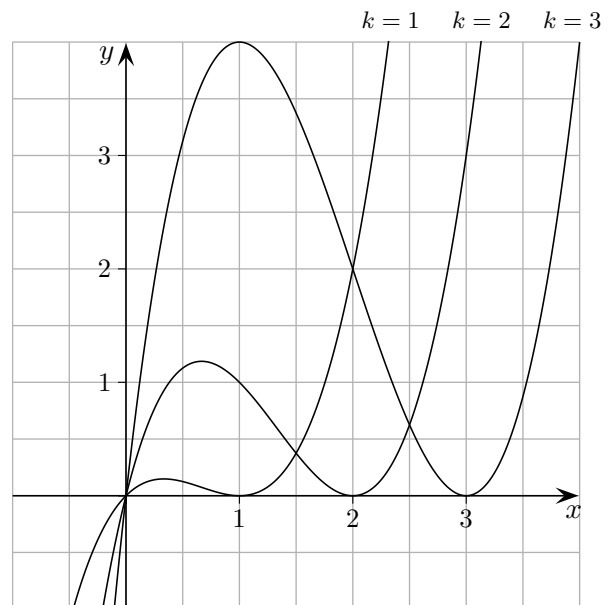
Führe eine Kurvendiskussion durch.



Funktionenschar

Gegeben sei die Funktionenschar

$$f_a(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x, \quad a > 0$$



Kurvendiskussion: $N_1(0 | 0)$, $N_2(a | 0)$

$Min(a | 0)$, $Max\left(\frac{a}{3} \mid \frac{4}{27}a^3\right)$, $W\left(\frac{2}{3}a \mid \frac{2}{27}a^3\right)$

$a = 1$: $N_1(0 | 0)$, $N_2(1 | 0)$, $Min(1 | 0)$, $Max\left(\frac{1}{3} \mid \frac{4}{27}\right)$, $W\left(\frac{2}{3} \mid \frac{2}{27}\right)$

$a = 2$: $N_1(0 | 0)$, $N_2(2 | 0)$, $Min(2 | 0)$, $Max\left(\frac{2}{3} \mid \frac{32}{27}\right)$, $W\left(\frac{4}{3} \mid \frac{16}{27}\right)$