

# Kostenfunktionen

1. Ein Unternehmen stellt ein Produkt her.

Die Produktion eines Wirtschaftsgutes verursacht Kosten.

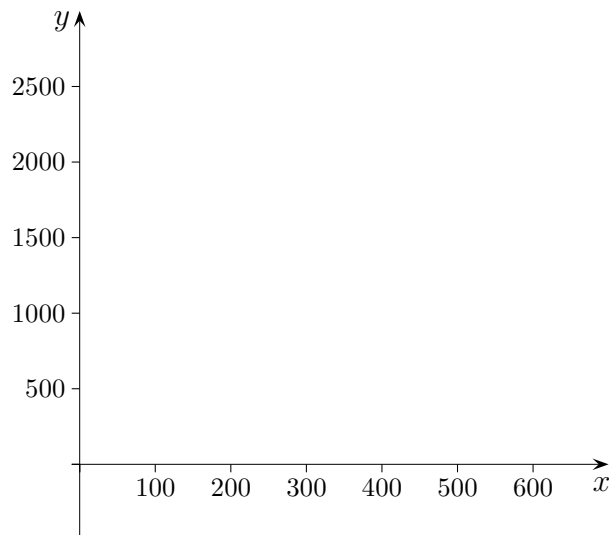
Die Gesamtkostenfunktion lautet:  $K(x) = 512 + 0,44x + 0,005x^2$ .

Um  $x$  Einheiten des Produkts zu produzieren, entstehen Kosten von  $K(x)$  Geldeinheiten.

Der Stückpreis (Preis pro Einheit) beträgt 4 Geldeinheiten.

Die durch Verkauf zu erzielenden Gesamteinnahmen heißen Umsatz.

- Wie lautet die Umsatzfunktion  $U(x)$ , die jeder Produktionsmenge (Output)  $x$  den durch Verkauf zu erzielenden Umsatz zuordnet?
- Zeichne die Kosten- und die Umsatzfunktion in dasselbe Koordinatensystem.
- Lies aus der Grafik ab, in welchem Bereich ein Gewinn erzielt wird. Errechne die Gewinnzone.
- Skizziere die Gewinnfunktion  $G(x)$ , die jeder Produktionsmenge  $x$  den zu erzielenden Gewinn zuordnet.
- Wie viele Einheiten müssen produziert werden, damit der Gewinn maximal wird? Wie hoch ist der Gewinn dann?



# Kostenfunktionen    Lösungen

1. Ein Unternehmen stellt ein Produkt her.

Die Produktion eines Wirtschaftsgutes verursacht Kosten.

Die Gesamtkostenfunktion lautet:  $K(x) = 512 + 0,44x + 0,005x^2$ .

Um  $x$  Einheiten des Produkts zu produzieren, entstehen Kosten von  $K(x)$  Geldeinheiten.

Der Stückpreis (Preis pro Einheit) beträgt 4 Geldeinheiten.

Die durch Verkauf zu erzielenden Gesamteinnahmen heißen Umsatz.

- a) Wie lautet die Umsatzfunktion  $U(x)$ , die jeder Produktionsmenge (Output)  $x$  den durch Verkauf zu erzielenden Umsatz zuordnet?
- b) Zeichne die Kosten- und die Umsatzfunktion in dasselbe Koordinatensystem.
- c) Lies aus der Grafik ab, in welchem Bereich ein Gewinn erzielt wird. Errechne die Gewinnzone.
- d) Skizziere die Gewinnfunktion  $G(x)$ , die jeder Produktionsmenge  $x$  den zu erzielenden Gewinn zuordnet.
- e) Wie viele Einheiten müssen produziert werden, damit der Gewinn maximal wird? Wie hoch ist der Gewinn dann?

1. a)  $U(x) = 4 \cdot x$

b)

Output $x$	0	100	200	300	400	500	600
$K(x)$	512	606	800	1094	1488	1982	2576

Output $x$	0	100	200	300	400	500	600
$U(x)$	0	400	800	1200	1600	2000	2400

c) Die Gewinnzone lautet:  $[200, 512]$ . Hierzu ist eine quadratische Gleichung zu lösen:

$$K(x) = U(x)$$

$$512 + 0,44x + 0,005x^2 = 4 \cdot x$$

$$0,005x^2 - 3,56x + 512 = 0$$

$$x^2 - 712x + 102400 = 0$$

d) siehe Grafik

e)  $G(x) = U(x) - K(x)$

Der Scheitel der Gewinn-Parabel lautet  $S(356 \mid 121,68)$ ,  $G(356) = 121,68$ .

Der maximale Gewinn wird bei einem Output von 356 Einheiten erwirtschaftet, er beträgt dann 121,68 Geldeinheiten.

