

Folgen und Reihen

- Ein Biologe betrachtet das Wachstum eines Fohlens. Bei Beginn seiner Beobachtungen wiegt das Fohlen 50 kg . Innerhalb eines Monats nimmt das Gewicht um 20% zu.
 - Wie groß ist das Gewicht des Fohlens nach drei Monaten?
 - Nach welchem allgemeinen Bildungsgesetz verläuft das Wachstum?
- Ein frei fallender Körper legt in der $1.$ Sekunde 5 m (gerundet) und in jeder folgenden Sekunde 10 m mehr als in der vorangehenden zurück. Welche Strecke durchfällt der Körper in 10 Sekunden und welche in der $10.$ Sekunde?
- Gegeben ist eine Folge mit $a_n = \frac{n^2}{n+1}$. Berechne die ersten 5 Glieder a_1, \dots, a_5 der Folge.
- Wie lautet die explizite Darstellung a_n der Folge? (explicare, klarlegen)
 - $1, 4, 9, 16, \dots$
 - $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$
 - $-1, 2, -3, 4, \dots$
 - $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$
 - $7, 12, 17, \dots$
 - $-1, -8, -27, \dots$
 - $2, 2, 2, 2, \dots$
 - $4, -\frac{4}{3}, \frac{4}{9}, -\frac{4}{27}, \dots$
- In der $1.$ Reihe eines Theaters befinden sich 33 Plätze, je Reihe nimmt die Anzahl der Plätze um 2 zu.
 - Wie viele Plätze sind in der $17.$ Reihe?
 - Wie viele Plätze hat das Theater insgesamt einschließlich der $17.$ Reihe?
- Berechne die Summe, ohne alle Summanden aufzuschreiben.
 - $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$
 - $1 + 3 + 5 + \dots + 37 + 39$
- Gegeben ist die Folge: $8, 15, 22, 29, \dots$ Wie lautet a_{21} ?
- Gegeben ist die Folge: $5, 9, 13, \dots$ Wie lautet a_{16} ?
- Bestimme die Summe der ersten 12 Glieder der Folge: $3, 10, 17, \dots$
- Wie viele Glieder der Folge $4, 8, 12, \dots$ müssen aufaddiert werden, damit man als Summe 1200 erhält?
- Wie viele Glieder der Folge $1, \frac{3}{2}, 2, \dots$ müssen aufaddiert werden, damit man als Summe 1540 erhält?
- Ab welcher Stelle sind die Glieder der Folge $15, 50, 85, \dots$ erstmals größer als 10^5 ?
- Die trapezförmige Fläche eines Daches enthält in der obersten Reihe 30 Ziegel, in jeder folgenden einen (drei) Ziegel mehr. Im ganzen sind es 28 Reihen. Wie viele Ziegel sind auf dem Dach?
- Auf welchen Betrag wachsen 625 Euro bei $4,5\%$ Zinsen in 8 Jahren an?
- Ein Kapital von 1000 Euro verzinst sich mit 9% .
 - Nach welcher Zeit hat sich das Kapital verdreifacht?
 - Welcher Prozentsatz müsste vorliegen, damit sich das Kapital schon nach 10 Jahren verdreifacht?

Folgen und Reihen Lösungen

1. Ein Biologe betrachtet das Wachstum eines Fohlens. Bei Beginn seiner Beobachtungen wiegt das Fohlen 50 kg. Innerhalb eines Monats nimmt das Gewicht um 20% zu.
 - a) Wie groß ist das Gewicht des Fohlens nach drei Monaten? 86,4 kg
 - b) Nach welchem allgemeinen Bildungsgesetz verläuft das Wachstum? $a_n = 50 \cdot (1 + \frac{1}{5})^{n-1}$

2. Ein frei fallender Körper legt in der 1. Sekunde 5 m (gerundet) und in jeder folgenden Sekunde 10 m mehr als in der vorangehenden zurück. Welche Strecke durchfällt der Körper in 10 Sekunden und welche in der 10. Sekunde? $a_{10} = 95, \quad s_{10} = 500$

3. Gegeben ist eine Folge mit $a_n = \frac{n^2}{n+1}$. Berechne die ersten 5 Glieder a_1, \dots, a_5 der Folge. $a_1 = \frac{1}{2}, \dots$

4. Wie lautet die explizite Darstellung a_n der Folge? (explicare, klarlegen)
 - a) 1, 4, 9, 16, ...
 - b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$
 - c) -1, 2, -3, 4, ...
 - d) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$
 - e) 7, 12, 17, ...
 - f) -1, -8, -27, ...
 - g) 2, 2, 2, 2, ...
 - h) $4, -\frac{4}{3}, \frac{4}{9}, -\frac{4}{27}, \dots$

5. In der 1. Reihe eines Theaters befinden sich 33 Plätze, je Reihe nimmt die Anzahl der Plätze um 2 zu.
 - a) Wie viele Plätze sind in der 17. Reihe? 65
 - b) Wie viele Plätze hat das Theater insgesamt einschließlich der 17. Reihe? 833

6. Berechne die Summe, ohne alle Summanden aufzuschreiben.
 - a) $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$ 5050
 - b) $1 + 3 + 5 + \dots + 37 + 39$ 400

7. Gegeben ist die Folge: 8, 15, 22, 29, ... Wie lautet a_{21} ? 148

8. Gegeben ist die Folge: 5, 9, 13, ... Wie lautet a_{16} ? 65

9. Bestimme die Summe der ersten 12 Glieder der Folge: 3, 10, 17, ... $a_{12} = 80, \quad s_{12} = 498$

10. Wie viele Glieder der Folge 4, 8, 12, ... müssen aufaddiert werden, damit man als Summe 1200 erhält? $n^2 + n - 600 = 0, \quad 24 \quad (-25)$

11. Wie viele Glieder der Folge $1, \frac{3}{2}, 2, \dots$ müssen aufaddiert werden, damit man als Summe 1540 erhält? $n^2 + 3n - 4800 = 0, \quad 77 \quad (-80)$

12. Ab welcher Stelle sind die Glieder der Folge 15, 50, 85, ... erstmals größer als 10^5 ? 2858

13. Die trapezförmige Fläche eines Daches enthält in der obersten Reihe 30 Ziegel, in jeder folgenden einen (drei) Ziegel mehr. Im ganzen sind es 28 Reihen. Wie viele Ziegel sind auf dem Dach? $a_{28} = 57 \quad (111), \quad s_{28} = 1218 \quad (1974)$

14. Auf welchen Betrag wachsen 625 Euro bei 4,5 % Zinsen in 8 Jahren an? 888,81

15. Ein Kapital von 1000 Euro verzinst sich mit 9 %.
 - a) Nach welcher Zeit hat sich das Kapital verdreifacht? 12,75
 - b) Welcher Prozentsatz müsste vorliegen, damit sich das Kapital schon nach 10 Jahren verdreifacht? 11,6%

Folgen, Bearbeitungsmöglichkeiten

In welcher Zeit verdoppelt sich ein Guthaben von 1000 € bei einer Verzinsung von 5%?

Nach n Jahren ist das Anfangskapital K_0 auf $K_n = K_0 \cdot q^n$ angewachsen,

$q = 1 + \frac{p}{100}$ ist der Aufzinsungsfaktor.

grafisch

MODE

4. Zeile: Seq, 5. Zeile: Dot

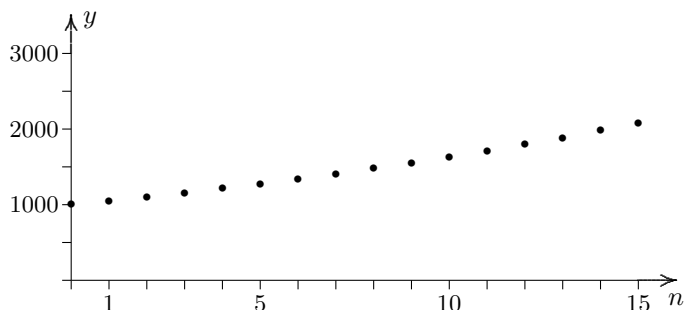
Folgenterm eingeben ($Y=$), beachte: n mit

X, T, θ, n

$u(n) = 1000 \cdot 1,05^n$ (explizit) oder

$u(n) = u(n-1) \cdot 1,05$ mit

$u(0) = 1000$ (rekursiv)



TRACE

tabellarisch

2nd TABLE, Einstellungen mit 2nd TBLSET

n	$u(n)$
0	1000,00
1	1050,00
2	1102,50
3	1157,63
4	1215,51
...	...
12	1795,86
13	1885,65
14	1979,93
15	2078,93

algebraisch

$$1000 \cdot 1,05^n = 2000 \quad | :1000$$

$$1,05^n = 2$$

$$n \cdot \lg 1,05 = \lg 2$$

$$n = \frac{\lg 2}{\lg 1,05}$$

$$n = 14,2$$

GTR

MATH | 0: Solver aufrufen,

eqn: $0 = 1000 \cdot 1,05^n - 2000$ Gleichung und

$n = \dots$ (grobe) Näherung für die Lösung eingeben,

ALPHA SOLVE

in diesem Zusammenhang benötigte Tasten: Δ, ∇