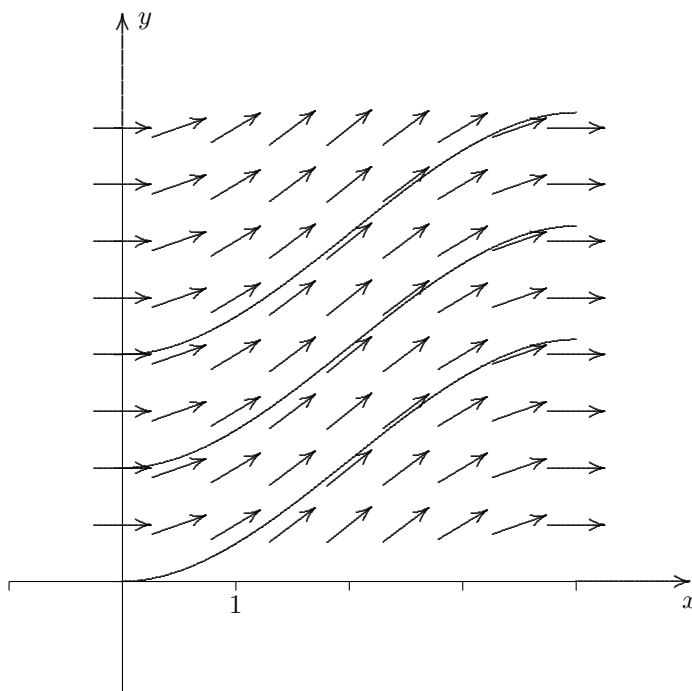
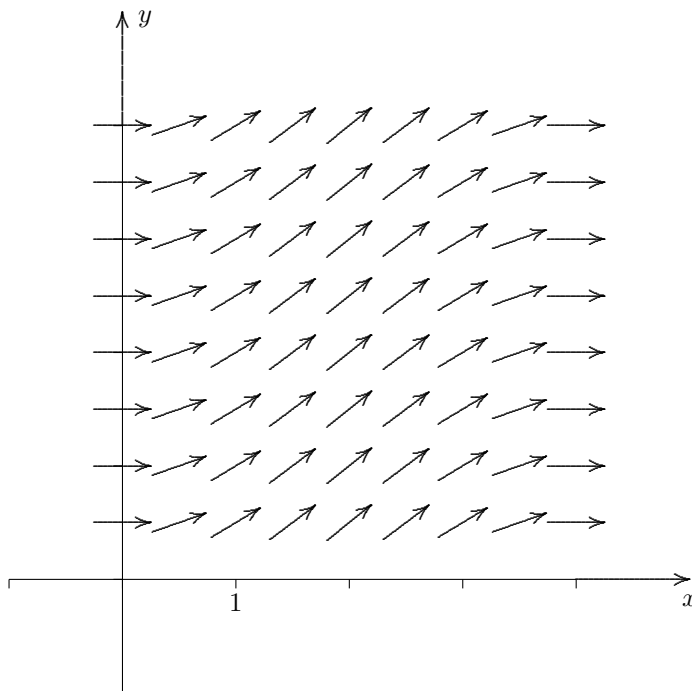
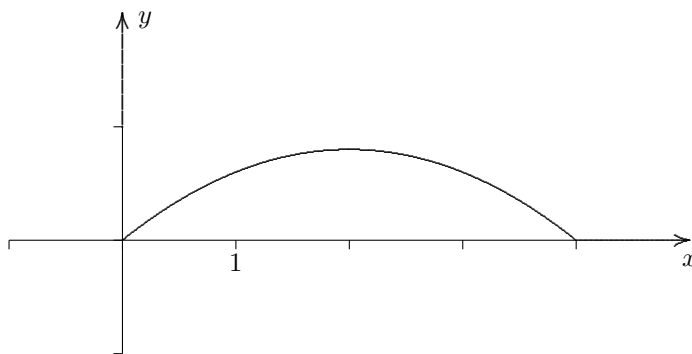


Änderungsrate und Richtungsfeld

$$f'(x) = -\frac{1}{5}x(x - 4), \quad 0 \leq x \leq 4$$

Gesucht: f

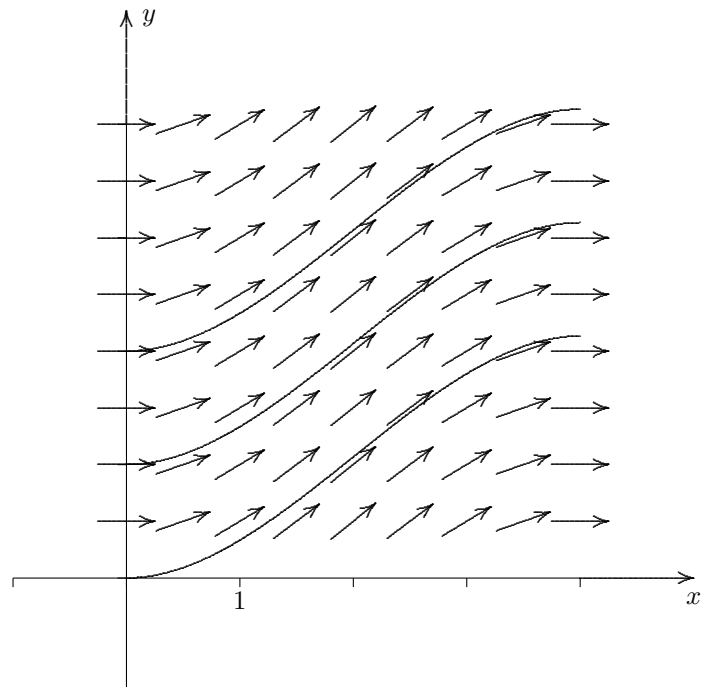
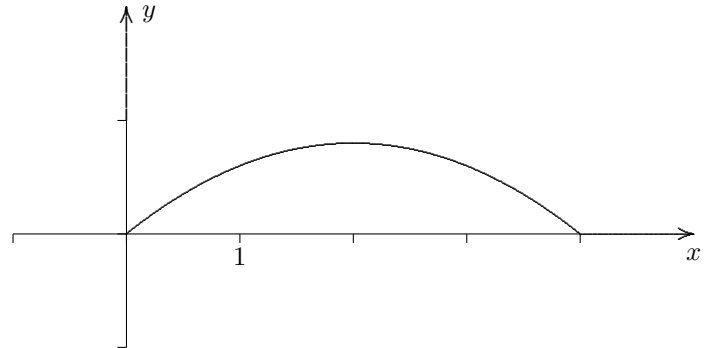
Erläutere das grafische Vorgehen.



Änderungsrate und Richtungsfeld

$$f'(x) = -\frac{1}{5}x(x-4), \quad 0 \leq x \leq 4$$

Gesucht: f



Zu jedem x -Wert ist die lokale Änderungsrate (z.B. die Wachstumsgeschwindigkeit eines Bestands) gegeben. Damit liegt für die Bestandsfunktion an jeder Stelle die Tangentenrichtung fest.

Wir zeichnen daher für einige x -Werte Tangentenstücke in verschiedenen Höhen, da die y -Werte noch nicht festgelegt sind. Durch jeden Punkt $P(x | y)$ verläuft nun eine Bestandsfunktion.

Die Punkte $P(0 | y)$ geben den Anfangsbestand an, der sich gemäß der Bestandsfunktion auf dem Intervall $0 \leq x \leq 4$ ändert. Es gibt somit zu jedem Anfangsbestand eine Bestandsfunktion.

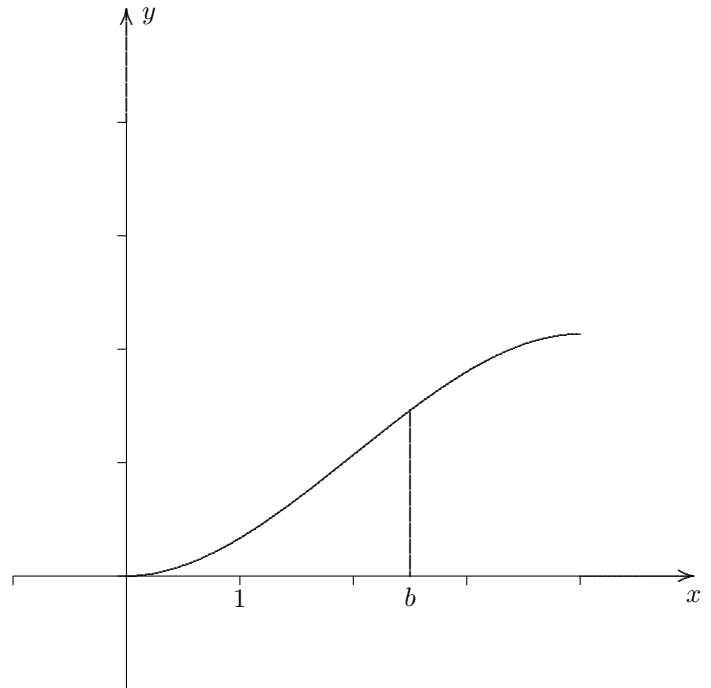
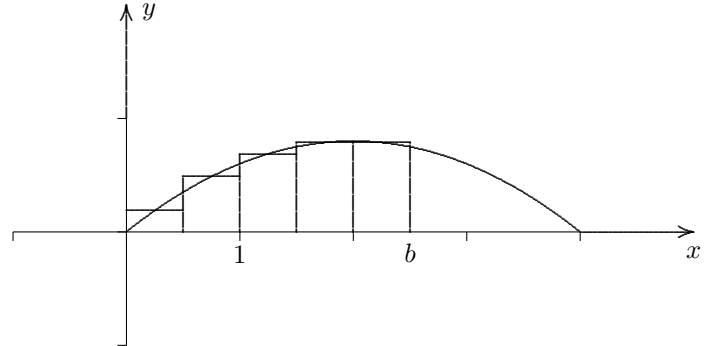
Sie unterscheiden sich lediglich durch einen konstanten Summanden.

Um die Bestandsänderung für zwei x -Werte (z.B. den Anfang und das Ende des Intervalls) zu ermitteln, ist die Differenz der Funktionswerte zu bilden, wobei es unerheblich ist, welche der Bestandsfunktionen für die Berechnung genommen wird.

Änderungsrate und Richtungsfeld

$$f'(x) = -\frac{1}{5}x(x-4), \quad 0 \leq x \leq 4$$

Gesucht: f

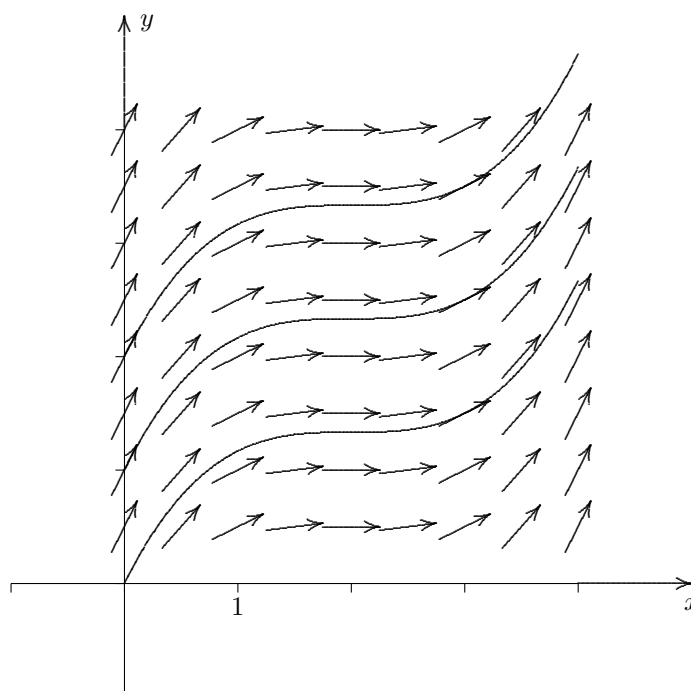
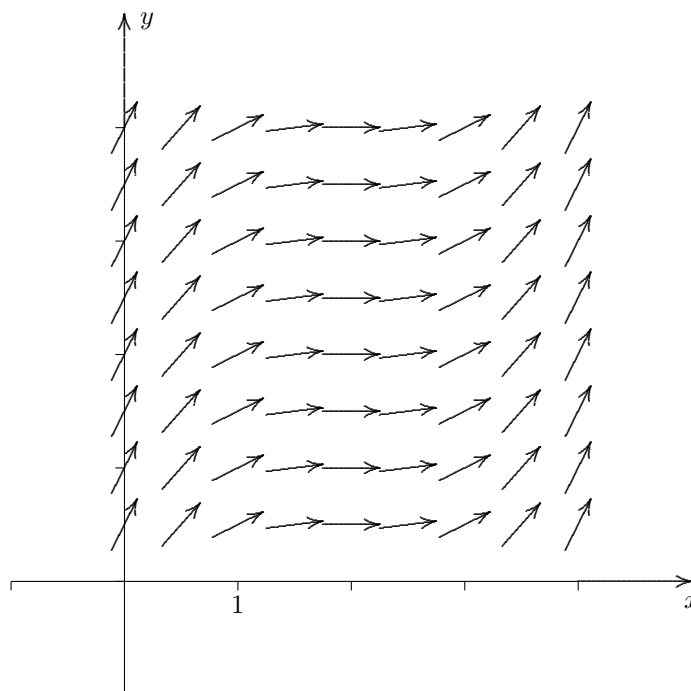
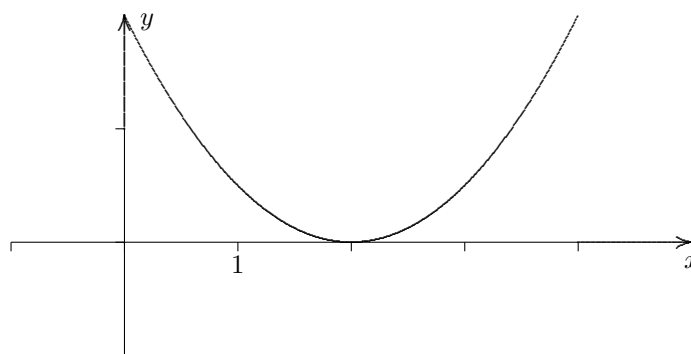


Es gibt noch eine zweite Möglichkeit, die Bestandsfunktion zu ermitteln (und das ist dann der Inhalt des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung). Betrachten wir die Änderungsrate f' näherungsweise auf kleinen Abschnitten als konstant. Wenn der Anfangsbestand (für $x = 0$) Null ist, so entspricht dem Bestand für $x = b$ und damit der Bestandsfunktion an der Stelle $x = b$ der Flächeninhalt unter dem Graphen von f' in den Grenzen von 0 bis b .

Änderungsrate und Richtungsfeld

$$f'(x) = \frac{1}{4}(x - 2)^2, \quad 0 \leq x \leq 4$$

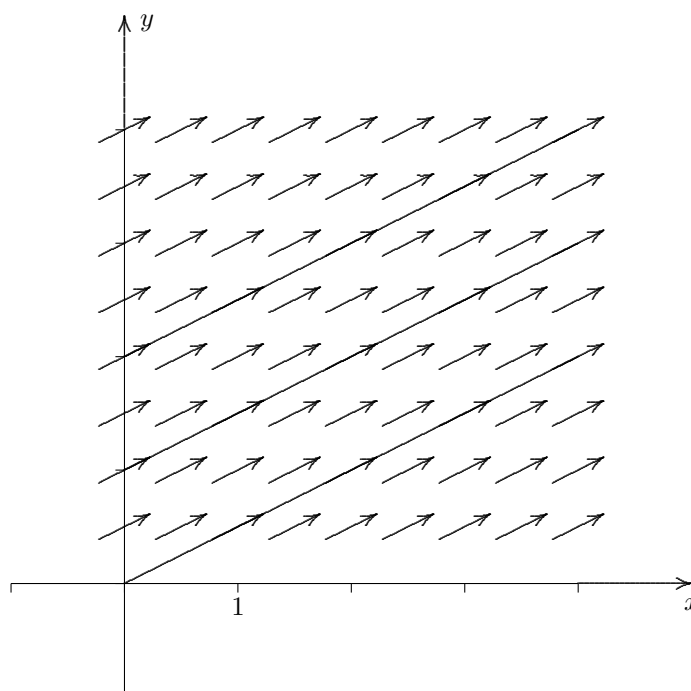
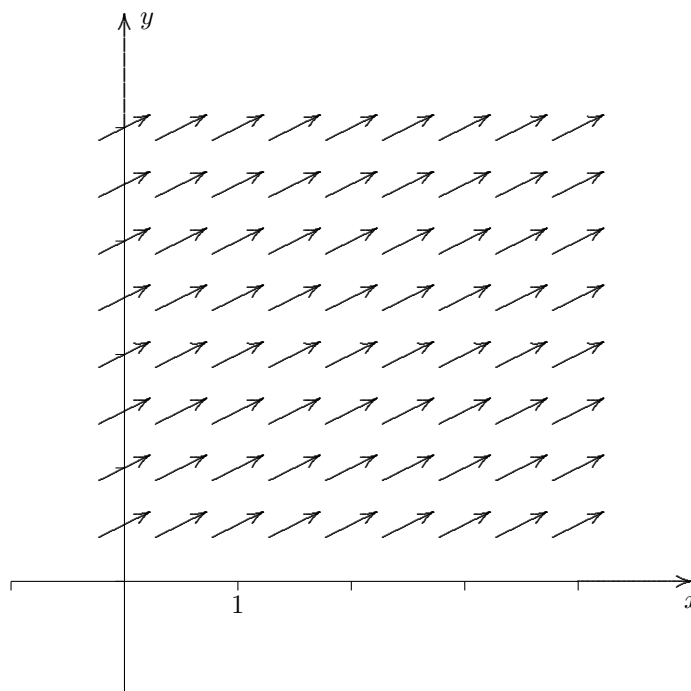
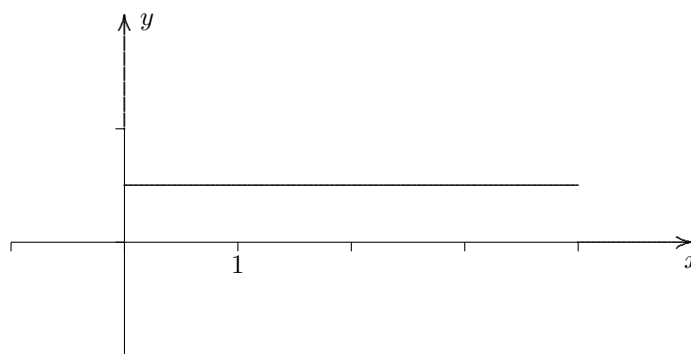
Gesucht: f



Änderungsrate und Richtungsfeld

$$f'(x) = \frac{1}{2}, \quad 0 \leq x \leq 4$$

Gesucht: f



Änderungsrate und Richtungsfeld

$$f'(x) = \frac{1}{2}x, \quad 0 \leq x \leq 4$$

Gesucht: f

