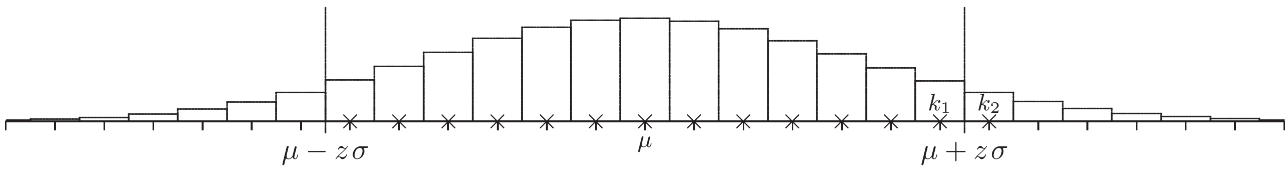
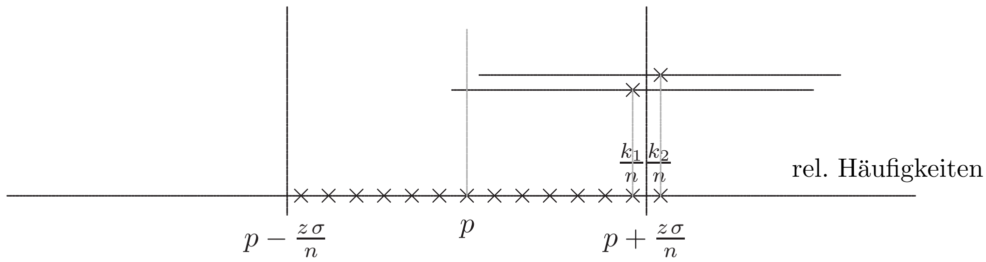
95 %-Konfidenzintervall Überdeckungswahrscheinlichkeit

Überdeckt das Konfidenzintervall mit 95 %iger Wahrscheinlichkeit p?



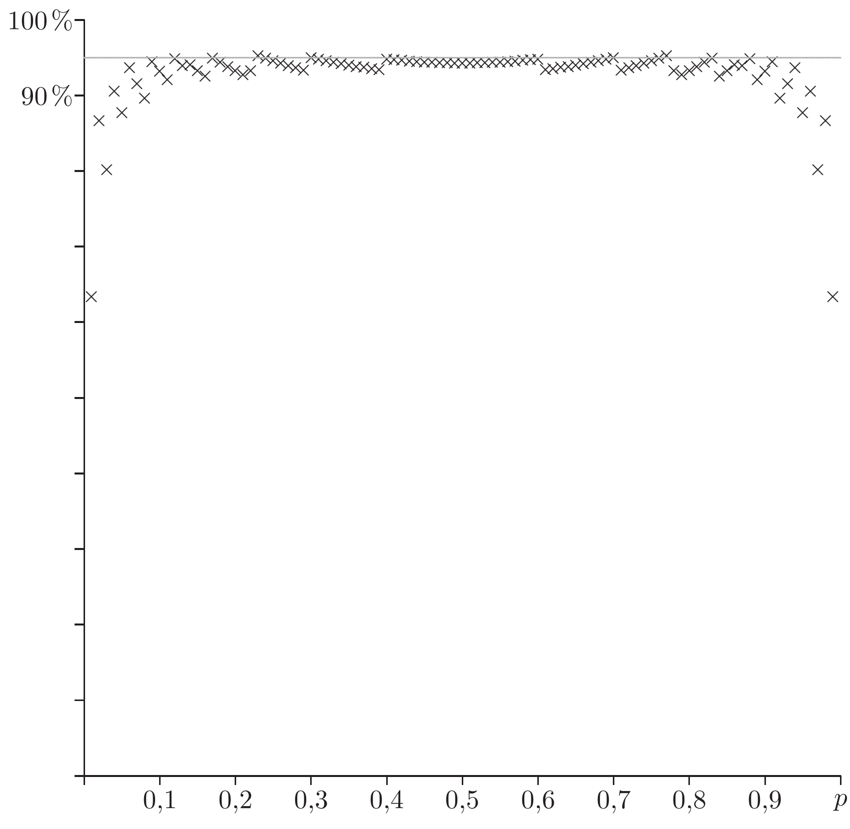


Wir betrachten eine binomialverteilte Zufallsvariable X, $n = 100$,
und zu jedem Stichprobenergebnis $X = k_i$, $i = 0 \ldots n$, das genäherte Konfidenzintervall

$$C(k_i) = \left[\, h_i - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{h_i \cdot (1 - h_i)}{n}} \;\middle|\; h_i + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{h_i \cdot (1 - h_i)}{n}} \,\right], \quad h_i = \frac{k_i}{n}$$

Erläutere die Funktion
und ihren Graphen.

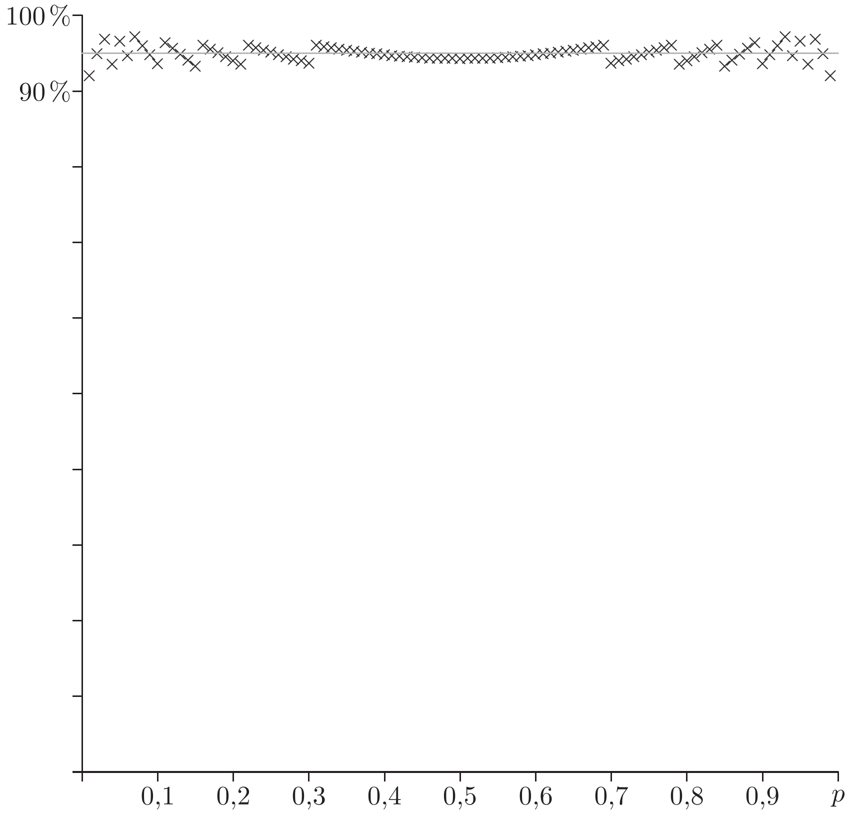
$$p \longrightarrow \sum_{\substack{i=0 \ldots n \\ p \in C(k_i)}} P_p(X = k_i)$$



Eine Erhöhung der Überdeckungswahrscheinlichkeit lässt sich durch eine genauere Berechnung der Konfidenzintervalle erzielen:

$C(k_i) = [a_i,\, b_i]$

a_i ist Lösung der Gleichung $k_i = \mu + 1{,}96\sigma$ (Variable p)
b_i löst $k_i = \mu - 1{,}96\sigma$



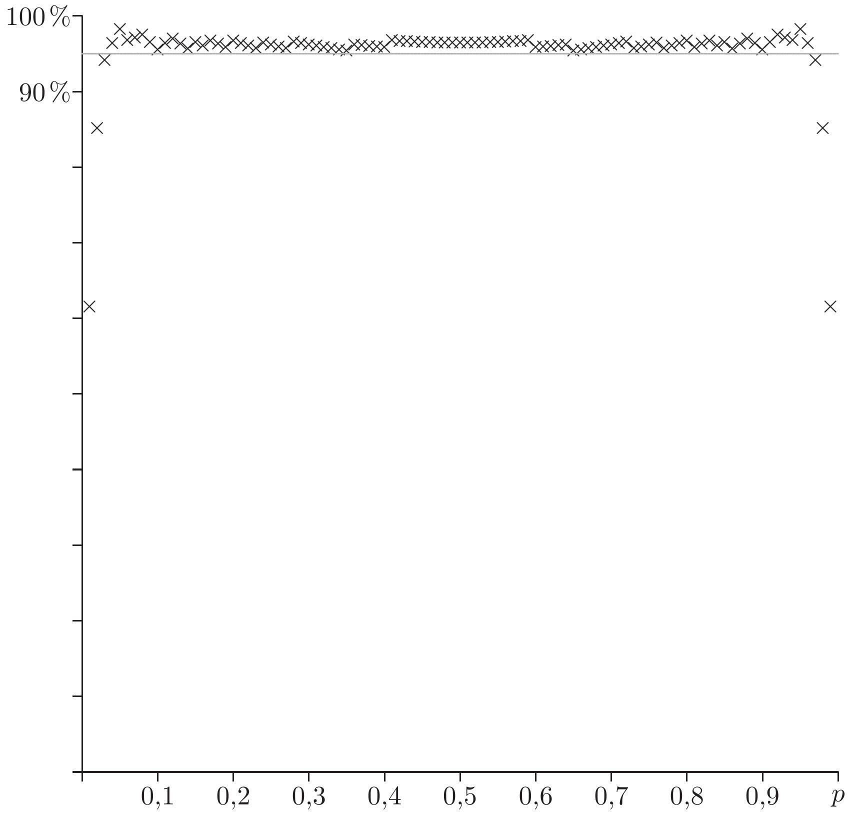
Für die sogenannten exakten Konfidenzintervalle gilt:

$C(k_i) = [a_i,\, b_i]$

$a_i = 1 - \mathrm{BetaInv}\Big(1 - \frac{1-\alpha}{2},\, n-k+1,\, k\Big)$

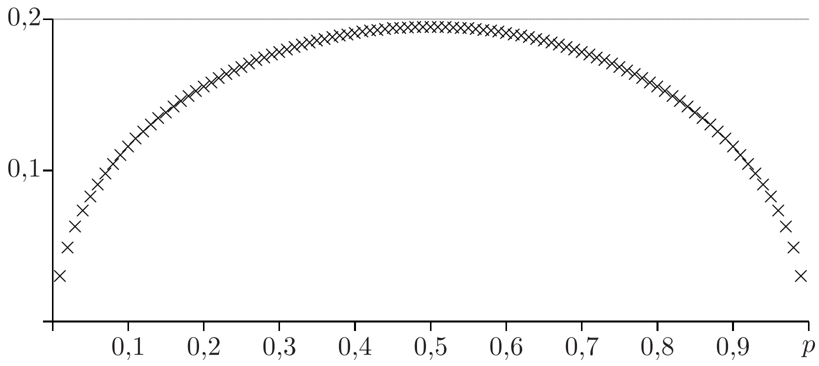
$b_i = 1 - \mathrm{BetaInv}\Big(\frac{1-\alpha}{2},\, n-k,\, k+1\Big)$

$P_p^n(X \leq k) = \mathrm{Beta}(1-p,\, n-k,\, k+1)$

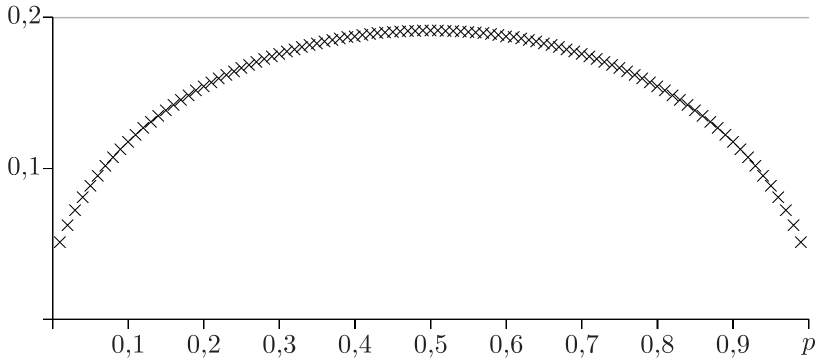


Mittlere Konfidenzintervalllänge

genäherte Konfidenzintervalle (Normalverteilung):



genauer berechnete Konfidenzintervalle (Normalverteilung):



Konfidenzintervalle (Betaverteilung):