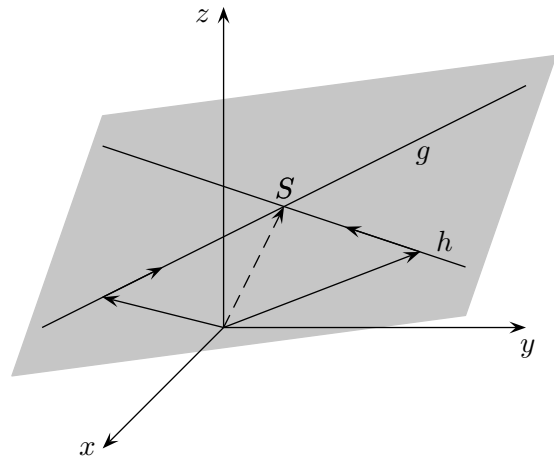


Schnittpunkt von Geraden

1. Untersuche, ob sich die beiden Geraden schneiden und berechne gegebenenfalls den Schnittpunkt.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$



Lösung:

Genau dann, wenn ein Schnittpunkt vorliegt, muss es für die beiden Geraden λ -Werte geben (im allgemeinen verschiedene), so dass sich für diese λ -Werte auf den linken Seiten der Geradengleichungen der Vektor \vec{OS} ergibt, der zum Schnittpunkt führt.

Daher lautet die Schnittbedingung:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Um die mögliche Verschiedenheit der Parameterwerte zu berücksichtigen, müssen sie verschieden benannt werden.

Wir ordnen um und fassen zusammen:

$$\lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} - \mu \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

λ und μ müssen die drei Gleichungen erfüllen:

$$\begin{array}{l} I. \quad 4\lambda - 5\mu = -9 \\ II. \quad 2\lambda + 2\mu = 0 \quad | \cdot (-2) \\ \hline III. \quad -\lambda - 3\mu = -2 \end{array}$$

Aus den ersten beiden Gleichungen können λ und μ bestimmt werden:

Roof's

Schnittpunkt von Geraden

$$\begin{array}{rcl} II. \cdot (-2) + I. & -9\mu & = -9 \\ & \mu & = 1 \\ \mu = 1 \text{ in I. oder II. eingesetzt, ergibt:} & \lambda & = -1 \end{array}$$

Genau dann, wenn die errechneten Werte auch eine Lösung der Gleichung III. sind, liegt ein Schnittpunkt vor.

Wir setzen $\lambda = -1$ und $\mu = 1$ in III. ein und erhalten:

$$1 - 3 = -2$$

$\lambda = -1$ (oder $\mu = 1$) in die Geradengleichung eingesetzt, ergibt den Schnittpunkt: $S(2 | 1 | 3)$.

2. Untersuche, ob sich die beiden Geraden schneiden und berechne gegebenenfalls den Schnittpunkt.

$$\text{a) } g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$h: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } g: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$h: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Schnittpunkt von Geraden

2. Untersuche, ob sich die beiden Geraden schneiden und berechne gegebenenfalls den Schnittpunkt.

$$\text{a) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Lösungen:

λ in h in μ umbenannt

$$2. \text{ a) } \lambda = 2, \quad \mu = -3, \quad S(2 \mid -4 \mid 1)$$

$$\text{b) } \lambda = -2, \quad \mu = 3, \\ \text{kein Schnittpunkt}$$