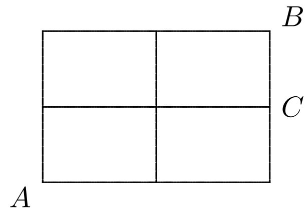
Wahrscheinlichkeitsrechnung, Aufgaben 1

1. Die nebenstehende Figur zeigt ein Straßennetz.
   Frau K. möchte auf dem kürzesten Wege von A nach B. Sie wählt zufällig einen der möglichen Wege aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt sie am Punkt C vorbei?



2. In einem Korb liegen 4 Äpfel, davon sind 2 wurmstichig. Dem Korb werden 2 Äpfel mit einem Griff entnommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, genau die 2 wurmstichigen Äpfel zu erhalten?

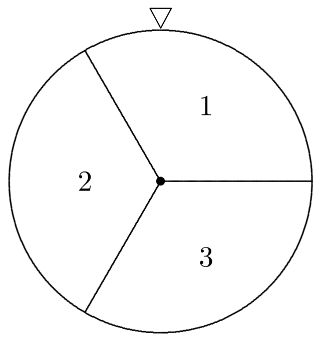
3. Ein Glücksrad wird zweimal gedreht.

   Mit welcher Wahrscheinlichkeit

   a) erhalten wir zweimal die 1,

   b) ist die zweite Zahl größer als die erste,

   c) erhalten wir zweimal dieselbe Zahl?



4. Ein Glücksrad ist in 12 gleiche Sektoren unterteilt, die von 1 bis 12 nummeriert sind. Das Glücksrad wird einmal gedreht.

   Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten wir

   a) eine ungerade Zahl,

   b) eine Primzahl,

   c) eine durch 3 teilbare Zahl?

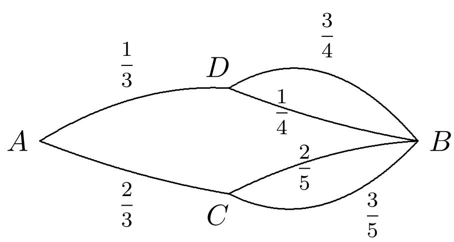
5. In einem Korb liegen 3 Äpfel, davon ist einer wurmstichig. Dem Korb werden 2 Äpfel mit einem Griff entnommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, den wurmstichigen Apfel hierbei zu erhalten?

6. Die nebenstehende Figur zeigt ein Straßennetz.
   Herr K. fährt jeden Morgen von A nach B. Er schlägt z. B. in $\frac{2}{3}$ aller Fälle den Weg von A nach C ein und wenn er in C angelangt ist, entscheidet er sich in $\frac{3}{5}$ aller Fälle für den unteren eingezeichneten Weg.

   Bestimme für die verschiedenen Wege von A nach B

   a) die Häufigkeiten, falls Herr K. den gesamten Weg 600mal zurücklegt,

   b) die Wahrscheinlichkeiten *(Pfadwahrscheinlichkeiten)*.



Wahrscheinlichkeit

Historisch gesehen taten sich Mathematiker schwer, den Begriff Wahrscheinlichkeit befriedigend zu klären. Das hinderte sie jedoch nicht, gewichtige Bücher über Wahrscheinlichkeitsrechnung zu verfassen. Erst 1933 erkannte der russische Mathematiker Kolmogorow, dass es als Grundlage genügt, einige Eigenschaften von Wahrscheinlichkeiten zusammenzustellen.

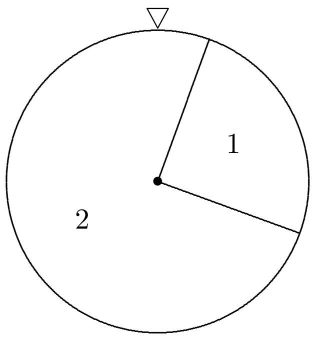
Betrachten wir zunächst Zufallsversuche (-experimente), von deren möglichen Ergebnissen angenommen werden kann, dass sie sich in ihren Auftretens-Häufigkeiten nicht unterscheiden, z. B. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ beim Werfen eines Würfels. Diese Versuche werden nach Laplace (1749-1827) benannt.

Beim Werfen zweier Würfel nehmen wir an, dass sie symmetrisch sind, sich nicht gegenseitig beeinflussen, so dass die 36 möglichen Ergebnisse $\{(1|1), (1|2), ..., (6|6)\}$ dengleichen Anteil des Auftretens haben, und zwar $\frac{1}{36}$. Wenn der Versuch (zweimaliges Werfen) n-mal wiederholt wird (n groß), erwarten wir, dass jedes Zahlenpaar in $\frac{1}{36}$ aller Fälle (ungefähr) auftritt, d. h. $\frac{n}{36}$ mal ($= \frac{1}{36} \cdot n$).

Die Menge der Zahlenpaare bildet die Menge der Elementarereignisse $\Omega = \{(1|1), (1|2), ..., (6|6)\}$ (Ω, griech. Buchstabe Omega). Ein Ereignis, z. B. die Augensumme 3, ist eine Teilmenge von Ω: $E = \{(1|2), (2|1)\}$. Der zahlenmäßige Anteil von E an Ω beträgt $\frac{|E|}{|\Omega|}$, hierbei geben die Betragsstriche die Anzahl der Elemente an.
Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bei einem Laplace-Versuch ist daher: $P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|}$.
Alle Elementarereignisse haben die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{|\Omega|}$.

Betrachten wir nun als Beispiel für Zufallsversuche, bei denen die Elementarereignisse nicht gleichwahrscheinlich sein müssen, ein Glücksrad mit den Ergebnissen 1 und 2.

Die 2 wird im Schnitt dreimal häufiger als die 1 auftreten, daher gilt: $P(1) = \frac{1}{4}$ und $P(2) = \frac{3}{4}$.



Bei bekannten Sektoren-Winkeln bereitet die Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten bei Glücksrädern keine Schwierigkeiten.

Bei Zufallsversuchen mit unbekannten Wahrscheinlichkeiten (z. B. dem Werfen einer Reißzwecke) ist häufig die Vorstellung hilfreich, dass im Hintergrund ein Glücksrad das Zufallsgeschehen steuert. Später werden wir die Frage beantworten, wie viele Zufallsversuche mindestens durchzuführen sind, um eine unbekannte Wahrscheinlichkeit auf eine vorgegebene Genauigkeit bestimmen zu können.