Wahrscheinlichkeitsrechnung   Einführung

1. In einer Urne befinden sich 3 schwarze und 1 weiße Kugel. Wir entnehmen der Urne eine Kugel, notieren die Farbe und legen die Kugel in die Urne zurück. Dieses *Zufallsexperiment* wiederholen wir 60mal. Dabei notieren wir beispielsweise 20mal eine weiße Kugel. Der Anteil der weißen Kugeln beträgt also $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$. Diese Zahl heißt *relative Häufigkeit*.

   Wir hätten idealerweise erwartet, dass die weiße Kugel 15mal gezogen wird. Warum?

   Was erwarten wir idealerweise, falls das Zufallsexperiment 20mal (32mal) wiederholt wird?

2. In der Urne befinden sich nun 3 schwarze und 2 weiße Kugeln. Wie häufig wird idealerweise die weiße Kugel gezogen werden, falls das Zufallsexperiment 30mal (60mal, 1000mal, 1750mal, 2480mal) wiederholt wird?

Die *Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses* gibt an, welcher Anteil eines Ereignisses bei einer Versuchsreihe idealerweise zu erwarten ist. Unter der Voraussetzung, dass alle Ergebnisse die gleiche Chance haben einzutreffen, kann man die Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnen:

$$P(\textit{Ereignis}) = \frac{\textit{Anzahl der Möglichkeiten, die das Ereignis festlegen}}{\textit{Anzahl aller Möglichkeiten}}$$

Die Wahrscheinlichkeit *(engl. probability)* wird mit einem P abgekürzt.

3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim zweimaligen Würfeln
   a) eine Doppelsechs,
   b) die Augensumme 6,
   c) einen Pasch (gleiche Augenzahl) zu werfen?

4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim dreimaligen Werfen einer Münze
   a) 3mal Kopf,
   b) genau 1mal Kopf zu werfen?

5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in einer Familie mit 3 (4) Kindern
   a) keinen Jungen,
   b) genau ein Mädchen anzutreffen?

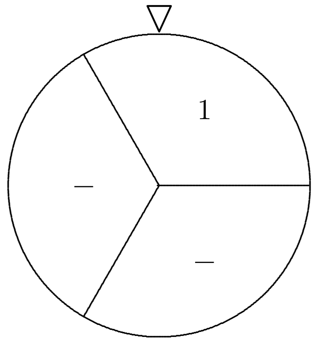
Würfeln

$$\begin{aligned} P(\text{“}1\text{“}) &= \frac{1}{6} \\ P(\text{“}2\text{“}) &= \frac{1}{6} \\ &\dots \\ P(\text{“}6\text{“}) &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeiten der sechs möglichen Ergebnisse sind gleich.
Hierin steckt die Annahme, dass aufgrund der Symmetrie des Würfels alle Ergebnisse die gleichen Chancen haben und damit langfristig ungefähr gleichhäufig auftreten. Dies ähnelt einer Unschuldsvermutung, die solange aufrecht erhalten werden kann, bis etwas anderes naheliegt, wenn z. B. das Ereignis “666“ deutlich häufiger als erwartet auftritt. Was *deutlich häufiger* heißt, wird später präzisiert.

Später werden wir auch die Anzahl der benötigten Würfe ermitteln, so dass die relative Häufigkeit für das Werfen einer 6 mit 95 %-iger (z. B.) Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6}$ um weniger als 0,01 (z. B.) abweicht.
Jakob Bernoulli, Gesetz der großen Zahlen 1713

Wahrscheinlichkeit



Bei diesem Glücksrad erscheint die 1 mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$.
Wenn wir das Rad 6mal drehen, erwarten wir idealerweise 2mal die 1.
Die Möglichkeiten, 2 Einsen auf 6 Plätze zu verteilen, lauten:

1 1 _ _ _ _

1 _ 1 _ _ _

1 _ _ 1 _ _

1 _ _ _ 1 _

1 _ _ _ _ 1

_ 1 1 _ _ _

_ 1 _ 1 _ _

_ 1 _ _ 1 _

_ 1 _ _ _ 1

_ _ 1 1 _ _

_ _ 1 _ 1 _

_ _ 1 _ _ 1

_ _ _ 1 1 _

_ _ _ 1 _ 1

_ _ _ _ 1 1

Wie oft erscheint die Eins von den $15 \cdot 2^4$ Möglichkeiten beim 1. Drehen, beim 3. Drehen, beim 5. Drehen?
Wie groß ist der Anteil?