

## Eignungsprüfung-Aufgabe    Abiturprüfung GK Bayern 2005

Eine Software-Firma will neue Mitarbeiter einstellen. Es bewerben sich 56 Personen, von denen 32 einen Hochschulabschluss haben. 34 der Bewerber sind Männer, davon 20 mit Hochschulabschluss.

1. a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig aus den 56 Bewerbern ausgewählte Person weiblich und hat einen Hochschulabschluss? [ Ergebnis: 21,4% ]  
b) Prüfen Sie durch Rechnung, ob die Ereignisse „Eine zufällig aus den Bewerbern ausgewählte Person ist weiblich“ und „Eine zufällig aus den Bewerbern ausgewählte Person hat einen Hochschulabschluss“ stochastisch unabhängig sind.
2. Die Firma beschließt, die Bewerber in Gruppen zu einer Eignungsprüfung einzuladen. Für die erste Gruppe sollen aus den 56 Personen 6 Männer und 4 Frauen ausgewählt werden.
  - a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, diese Gruppe zusammenzustellen?
  - b) Unter den 56 Bewerbern ist ein Ehepaar. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die erste Gruppe zusammenzustellen, wenn das Ehepaar entweder gemeinsam oder gar nicht dieser Gruppe angehören soll?
3. Der erste Teil der Eignungsprüfung ist ein Multiple-Choice-Test, bei dem 20 Fragen gestellt werden. Zu jeder Frage gibt es vier Antworten, von denen jeweils genau eine richtig ist. Wie viele richtige Antworten sind für das Bestehen des Tests mindestens zu verlangen, wenn die Wahrscheinlichkeit, den Test nur durch Raten zu bestehen, höchstens 0,1% sein soll?
4. Im zweiten Teil der Eignungsprüfung werden dem Bewerber Fragen aus den drei Gebieten Betriebssysteme, Programmieren und Datenbanken gestellt. Dabei wird jeweils zunächst eines der gleich wahrscheinlichen Fachgebiete zufällig ausgewählt und daraus dann eine Frage gestellt.

Ein gut vorbereiteter Bewerber beantwortet bei den Fachgebieten Betriebssysteme und Programmieren nur 10% der Fragen falsch, bei den Datenbanken sind 75% seiner Antworten richtig.

  - a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der dieser Bewerber eine Frage im zweiten Teil der Eignungsprüfung korrekt beantwortet. [ Ergebnis: 85% ]
  - b) Für welche Anzahlen  $n$  von Fragen gilt, dass dieser Bewerber mit mehr als 50% Wahrscheinlichkeit alle  $n$  Fragen richtig beantworten kann?
5. Die Firma vermutet, dass in der Software-Branche mindestens 60% der Bewerber um eine Stelle eine solche Eignungsprüfung einem herkömmlichen Bewerbungsgespräch vorziehen würden. Kann diese Vermutung (Nullhypothese) auf dem Signifikanzniveau von 5% abgelehnt werden, wenn bei einer Befragung von 200 zufällig ausgewählten Bewerbern nur 109 eine Eignungsprüfung bevorzugen? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

## Eignungsprüfung-Aufgabe    Abiturprüfung GK Bayern 2005 Lösungen

Eine Software-Firma will neue Mitarbeiter einstellen. Es bewerben sich 56 Personen, von denen 32 einen Hochschulabschluss haben. 34 der Bewerber sind Männer, davon 20 mit Hochschulabschluss.

1. a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig aus den 56 Bewerbern ausgewählte Person weiblich und hat einen Hochschulabschluss?

	M	$\bar{M}$	Summe
$HA$	20	12	32
$\bar{HA}$	14	10	24
Summe	34	22	56

$$P(\bar{M} \cap HA) = \frac{12}{56} = 21,4\%$$

- b) Prüfen Sie durch Rechnung, ob die Ereignisse „Eine zufällig aus den Bewerbern ausgewählte Person ist weiblich“ und „Eine zufällig aus den Bewerbern ausgewählte Person hat einen Hochschulabschluss“ stochastisch unabhängig sind.

$$P(\bar{M} \cap HA) \stackrel{!}{=} P(\bar{M}) \cdot P(HA)$$

$$\frac{12}{56} \neq \frac{22}{56} \cdot \frac{32}{56} \implies \text{Ereignisse sind abhängig.}$$

2. Die Firma beschließt, die Bewerber in Gruppen zu einer Eignungsprüfung einzuladen. Für die erste Gruppe sollen aus den 56 Personen 6 Männer und 4 Frauen ausgewählt werden.

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, diese Gruppe zusammenzustellen?  $\binom{34}{6} \cdot \binom{22}{4}$

- b) Unter den 56 Bewerbern ist ein Ehepaar. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die erste Gruppe zusammenzustellen, wenn das Ehepaar entweder gemeinsam oder gar nicht dieser Gruppe angehören soll?

$$\binom{33}{5} \cdot \binom{21}{3} + \binom{33}{6} \cdot \binom{21}{4}$$

3. Der erste Teil der Eignungsprüfung ist ein Multiple-Choice-Test, bei dem 20 Fragen gestellt werden. Zu jeder Frage gibt es vier Antworten, von denen jeweils genau eine richtig ist. Wie viele richtige Antworten sind für das Bestehen des Tests mindestens zu verlangen, wenn die Wahrscheinlichkeit, den Test nur durch Raten zu bestehen, höchstens 0,1% sein soll?  $P_{0,25}^{20}(X \geq k) \leq 0,1\% \implies k \geq 12$

4. Im zweiten Teil der Eignungsprüfung werden dem Bewerber Fragen aus den drei Gebieten Betriebssysteme, Programmieren und Datenbanken gestellt. Dabei wird jeweils zunächst eines der gleich wahrscheinlichen Fachgebiete zufällig ausgewählt und daraus dann eine Frage gestellt.

Ein gut vorbereiteter Bewerber beantwortet bei den Fachgebieten Betriebssysteme und Programmieren nur 10% der Fragen falsch, bei den Datenbanken sind 75% seiner Antworten richtig.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der dieser Bewerber eine Frage im zweiten Teil der Eignungsprüfung korrekt beantwortet.  $\frac{1}{3} \cdot (0,9 + 0,9 + 0,75) = 85\%$

- b) Für welche Anzahlen  $n$  von Fragen gilt, dass dieser Bewerber mit mehr als 50% Wahrscheinlichkeit alle  $n$  Fragen richtig beantworten kann?  $0,85^n > 0,50 \implies n \leq 4$

5. Die Firma vermutet, dass in der Software-Branche mindestens 60% der Bewerber um eine Stelle eine solche Eignungsprüfung einem herkömmlichen Bewerbungsgespräch vorziehen würden. Kann diese Vermutung (Nullhypothese) auf dem Signifikanzniveau von 5% abgelehnt werden, wenn bei einer Befragung von 200 zufällig ausgewählten Bewerbern nur 109 eine Eignungsprüfung bevorzugen? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

$$P_{0,6}^{200}(Y \leq 109) = 6,5\% \implies \text{Vermutung kann nicht abgelehnt werden.}$$

## Theaterkarten-Aufgabe    Abiturprüfung GK Bayern 2005

In einem Theater gibt es insgesamt 1000 Plätze. 600 davon entfallen auf die Kategorie „Parkett“, 250 auf die Kategorie „1. Rang“ und 150 auf die Kategorie „2. Rang“. In der heutigen Vorstellung ist jeder Platz belegt.

1. Es werden zufällig zwei der 1000 Besucher ausgewählt und die beiden folgenden Ereignisse  $A$  und  $B$  betrachtet:

$A$  = „Die beiden Besucher haben Karten im 1. Rang“,

$B$  = „Die beiden Besucher haben Karten der gleichen Kategorie“.

- a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(A)$  des Ereignisses  $A$ .      [ Ergebnis:  $P(A) \approx 6,23\%$  ]
- b) Berechnen Sie für den in 1a) ermittelten Wert  $P(A)$  einen Näherungswert, indem Sie die Auswahl der beiden Zuschauer als Ziehen mit Zurücklegen betrachten. Erklären Sie, warum die Abweichung zum exakten Wert sehr gering ist.

In den folgenden Teilaufgaben soll deshalb von einem Ziehen mit Zurücklegen ausgegangen werden.

- c) Berechnen Sie  $P(B)$  und begründen Sie, dass die Ereignisse  $A$  und  $B$  stochastisch abhängig sind.
2. In der Pause verlassen 10 % der Besucher das Theater. Zur Vereinfachung soll davon ausgegangen werden, dass sie dies unabhängig voneinander tun.
    - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann ein Besucher, der nicht am Rand sitzt, damit rechnen, dass neben ihm genau ein Platz frei wird?
    - b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden in einer Reihe mit 20 Plätzen genau 3 Plätze frei, die zugleich nebeneinander liegen?
    - c) Wie viele Plätze müsste eine Reihe wenigstens haben, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95 % mindestens ein Platz frei wird?
  3. Der Theaterintendant behauptet, dass höchstens 20 % der Besucher mit den Eintrittspreisen unzufrieden sind. Um diese Hypothese zu testen, werden zufällig 50 der 1000 Besucher befragt.
    - a) Die Behauptung des Intendanten soll mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 4 % irrtümlich abgelehnt werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel mit einem möglichst großen Ablehnungsbereich.
    - b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:  
 $C$  = „Genau 5 der 50 Befragten haben eine Karte des 2. Rangs“,  
 $D$  = „Mehr als 15 % der Befragten haben eine Karte des 1. Rangs“.

## Theaterkarten-Aufgabe    Abiturprüfung GK Bayern 2005 Lösungen

In einem Theater gibt es insgesamt 1000 Plätze. 600 davon entfallen auf die Kategorie „Parkett“, 250 auf die Kategorie „1. Rang“ und 150 auf die Kategorie „2. Rang“. In der heutigen Vorstellung ist jeder Platz belegt.

1. Es werden zufällig zwei der 1000 Besucher ausgewählt und die beiden folgenden Ereignisse  $A$  und  $B$  betrachtet:

$A$  = „Die beiden Besucher haben Karten im 1. Rang“,

$B$  = „Die beiden Besucher haben Karten der gleichen Kategorie“.

a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(A)$  des Ereignisses  $A$ .  $P(A) = \frac{250}{1000} \cdot \frac{249}{999} \approx 6,23\%$

- b) Berechnen Sie für den in 1a) ermittelten Wert  $P(A)$  einen Näherungswert, indem Sie die Auswahl der beiden Zuschauer als Ziehen mit Zurücklegen betrachten. Erklären Sie, warum die Abweichung zum exakten Wert sehr gering ist.

$$P(A) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 6,25\%$$

In den folgenden Teilaufgaben soll deshalb von einem Ziehen mit Zurücklegen ausgegangen werden.

- c) Berechnen Sie  $P(B)$  und begründen Sie, dass die Ereignisse  $A$  und  $B$  stochastisch abhängig sind.

$$P(B) = \left(\frac{600}{1000}\right)^2 + \left(\frac{250}{1000}\right)^2 + \left(\frac{150}{1000}\right)^2 = 44,5\%$$

$$P(A \cap B) \stackrel{!}{=} P(A) \cdot P(B), \quad \left(\frac{250}{1000}\right)^2 \neq \left(\frac{250}{1000}\right)^2 \cdot 0,445 \quad \implies \text{Ereignisse sind abhängig.}$$

2. In der Pause verlassen 10% der Besucher das Theater. Zur Vereinfachung soll davon ausgegangen werden, dass sie dies unabhängig voneinander tun.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann ein Besucher, der nicht am Rand sitzt, damit rechnen, dass neben ihm genau ein Platz frei wird?  $2 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 18\%$

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden in einer Reihe mit 20 Plätzen genau 3 Plätze frei, die zugleich nebeneinander liegen?  $18 \cdot 0,1^3 \cdot 0,9^{17} = 0,3\%$

c) Wie viele Plätze müsste eine Reihe wenigstens haben, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95% mindestens ein Platz frei wird?  $1 - 0,9^n > 0,95 \implies n \geq 29$

3. Der Theaterintendant behauptet, dass höchstens 20% der Besucher mit den Eintrittspreisen unzufrieden sind. Um diese Hypothese zu testen, werden zufällig 50 der 1000 Besucher befragt.

a) Die Behauptung des Intendanten soll mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 4% irrtümlich abgelehnt werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel mit einem möglichst großen Ablehnungsbereich.

$$P_{0,2}^{50}(X \geq k) \leq 4\% \implies k \geq 16$$

- b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

$C$  = „Genau 5 der 50 Befragten haben eine Karte des 2. Rangs“,

$$P(C) = P_{0,15}^{50}(Y = 5) = 10,7\%$$

$D$  = „Mehr als 15% der Befragten haben eine Karte des 1. Rangs“.

$$P(D) = P_{0,25}^{50}(Y = 5) = 95,5\%$$