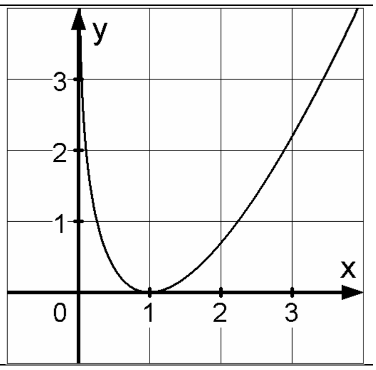
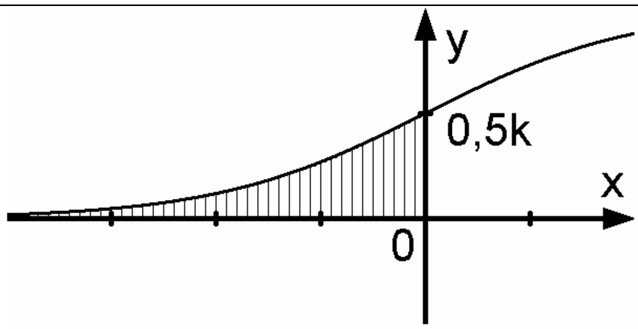
Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	3	Nullstelle $x = 1$; $\lim\limits_{x \to 0+} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$
b)	5	$0 < x < 1$: $\ln x < 0$ und $1 - \frac{1}{x} < 0 \Rightarrow f'(x) < 0$, also f streng monoton abnehmend $x > 1$: $\ln x > 0$ und $1 - \frac{1}{x} > 0 \Rightarrow f'(x) > 0$, also f streng monoton zunehmend
c)	5	$f''(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} > 0$ für alle $x > 0$ $\Rightarrow G_f$ linksgekrümmt in D_f $f(3) = 2\ln 3 \approx 2{,}2$ 
d)	4	f in $]0;1]$ echt monoton abnehmend, also dort umkehrbar $D_g = [0;\infty[$, $W_g =]0;1]$ $\lim\limits_{x \to 0+} g'(x) = -\infty$
e)	8	mögliche Stammfunktion: $F(x) = (\frac{1}{2}x^2 - x)\ln x - \frac{1}{4}x^2 + x$
2. a)	3	Vom Ursprung ausgehend bewegt sich der Scheitel $(0 \mid 2 - t)$ auf der y-Achse in positiver Richtung und nähert sich dem Punkt $(0 \mid 2)$ beliebig nahe an.
b)	3	$A_t(x) = (1 - x) \cdot (tx^2 + 2 - t)$
c)	6	Für $0 < t < \frac{3}{2}$ ist A_t echt monoton abnehmend, so dass A_t sein Maximum an der Randstelle $x = 0$ annimmt. $A_t'(x) = -3tx^2 + 2tx + t - 2$ hat für $0 < t < 1{,}5$ keine Nullstelle und wegen $A_t'(0) = t - 2 < 0$ folgt: $A_t'(x) < 0$ für $0 \le x \le 1$.
d)	3	$A_{1,6}(0) = A_{1,6}(\frac{1}{2}) = 0{,}4$
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	2	$\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x) = k;\ \lim\limits_{x\to-\infty} f_k(x) = 0$
b)	4	f_k in D_k streng monoton zunehmend; Wertemenge $]0;k[$
c)	7	$f_k''(x) = \dfrac{k^3 e^{-kx}(e^{-kx}-1)}{(1+e^{-kx})^3}$
d)	6	-----
e)	7	 mögliche Stammfunktion: $F_k(x) = \ln(e^{kx}+1)$
2. a)	2	Verschiebung um 6,908 in positiver x-Richtung und Streckung mit Faktor 10^6 in y-Richtung
b)	3	$N(0) \approx 1{,}999$: Die Kultur wurde mit zwei Bakterien angesetzt. $N(2) \approx 109{,}1$: Nach zwei Stunden sind es etwa einhundert Bakterien.
c)	5	nach etwa acht Stunden
d)	4	stärkstes Wachstum an der Wendestelle $x = 6{,}908$ z. B.: $N(6{,}908+\frac{1}{120}) - N(6{,}908-\frac{1}{120}) \approx 16666$ oder $\dfrac{N'(6{,}908)}{60} \approx 16667$ Der maximale Zuwachs beträgt etwa siebzehntausend Bakterien pro Minute.
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM2.III

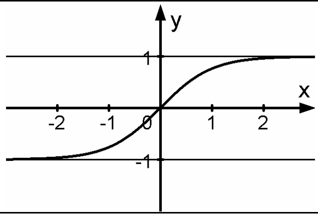
Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	4	$\binom{8}{3}\binom{12}{5}+\binom{8}{4}\binom{12}{4}+\binom{8}{5}\binom{12}{3}=91322$
b)	3	$2\cdot 4!\cdot 4! = 1152$
c)	4	$2\cdot 2\cdot 4!\cdot 4! = 2304$
2. a)	4	$P_{0,35}^{12}(Z\le 2)\approx 15{,}1\ \%$
b)	4	$P_{0,6}^{n}(Z\le 3)\le 0{,}2$; mindestens 8-mal
c)	4	$1-(\frac{7}{8})^n > 0{,}9$; mindestens 18-mal
d)	4	$1-\dfrac{1}{400\varepsilon^2}\ge 0{,}75 \Rightarrow \varepsilon \ge \frac{1}{10}$ (halbe Intervallbreite)
3. a)	5	$P_{0,25}^{25}(Z\ge k)\le 0{,}05 \Rightarrow k\ge 11$ Es sind mindestens $25+11=36$ Fragen richtig zu beantworten.
b)	4	$P_{0,25}^{20}(Z\le 5)\approx 61{,}7\ \%$
4.	4	$E(H)=p;\ Var(H)=\frac{pq}{n}\le\frac{1}{4n}$
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1.	3	-----
2.	7	$6\cdot(\frac{1}{6})^3=\frac{1}{36}$; $5\cdot(\frac{1}{6})^2\cdot\frac{2}{15}+(\frac{1}{6})^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{36}$ Die Ereignisse sind stochastisch unabhängig.
3. a)	5	$P^{100}_{\frac{1}{3}}(Z\geq k)\geq 0{,}99 \quad\Rightarrow\quad k\leq 23$ Entscheidung für Vegas-Würfel, wenn mindestens 23-mal eine „6“ geworfen wird
b)	3	$P^{100}_{\frac{1}{6}}(Z\geq 23)\approx 6{,}3\ \%$
4.	5	$\dfrac{0{,}3\cdot P^{100}_{\frac{1}{3}}(Z=25)}{0{,}3\cdot P^{100}_{\frac{1}{3}}(Z=25)+0{,}7\cdot P^{100}_{\frac{1}{6}}(Z=25)}\approx 43{,}7\ \%$
5. a)	4	-----
b)	4	$1-\Phi\left(\dfrac{225-E(X)+0{,}5}{\sqrt{Var(X)}}\right)\approx 24{,}5\ \%$ Lösungen ohne Stetigkeitskorrektur sind ebenfalls anzuerkennen.
6. a)	4	$P^{5}_{\frac{1}{3}}(Z\geq 1)=1-(\frac{2}{3})^5\approx 86{,}8\ \%$
b)	5	Modell B: $\binom{6+5-1}{5}=252$
	40	

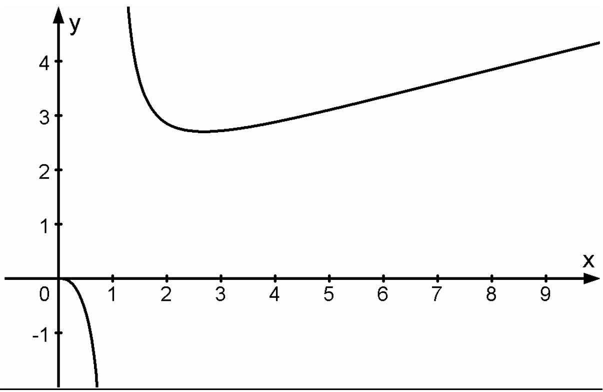
Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	3	-----
b)	4	z. B.: Grenzgerade $g_0 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$; Aufhängepunkte der Geraden g_k bilden Halbgerade $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + k^2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, die nicht parallel zu g_0 ist.
c)	5	$k_{1/2} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{2}$
d)	5	$\varphi \approx 71{,}6°$
2. a)	6	$M_2(2 \mid -\frac{5}{3} \mid \frac{22}{3})$
b)	3	$\overline{PQ} \approx 0{,}76$
c)	4	$E^* : x_2 - x_3 - 21 = 0$
d)	4	-----
e)	6	$R = \sqrt{39}$
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	2	$\frac{\pi}{6} \approx 52{,}4\ \%$
b)	5	$Z_2(5-\frac{5}{3}\sqrt{3} \mid 5+\frac{5}{3}\sqrt{3} \mid 5-\frac{5}{3}\sqrt{3})$
c)	5	Strecke [FN] mit $N(10 \mid 0 \mid 5)$ z. B.: $x_3 : a \mapsto \frac{5a+10}{a+1} = 5 + \frac{5}{a+1}$ ist für $a \geq 0$ streng monoton abnehmend mit Wertemenge $]5;10]$
2. a)	3	Grundflächen sind gleichseitige Dreiecke, Seitenflächen rechtwinklige, gleichschenklige Dreiecke.
b)	4	-----
3. a)	5	Der Abstand des Kugelmittelpunkts von der Ebene S_4 ist größer als der Kugelradius.
b)	5	-----
c)	6	Volumenverkleinerung: $85\frac{1}{3}$ Oberflächenabnahme: $64 \cdot (3-\sqrt{3})$
d)	5	$W(5 \mid 5 \mid 16)$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM1.I

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	6	$x = 0$ ist einzige Nullstelle. G_f ist punktsymmetrisch zum Ursprung.
b)	8	$f'(x) = \dfrac{4}{(e^x + e^{-x})^2} > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$. $f(1) \approx 0{,}76;\ f'(0) = 1$ 
c)	2	$F(x) = \ln(e^x + e^{-x})$
d)	5	$D_{f^{-1}} =]-1;1[$
2. a)	3	$\lim\limits_{t\to\infty} v(t) = 50;\ 50\,\frac{m}{s}$ ist die Grenzgeschwindigkeit.
b)	4	$t \approx 11{,}5$
c)	4	$\int_0^{11,5} v(t)dt = 250 \cdot \int_0^{2,3} f(x)dx \approx 404$
3. a)	4	-----
b)	4	Aus $\lvert h(x) \rvert < 1$ folgt mit Teilaufgabe 3a: $h'(x) > 0$. Widerspruch zum Monotonieverhalten in den Bereichen $-1 < y < 1$ (Steigen) und $y > 1$ (Fallen).
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM1.II

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	4	$\lim\limits_{x\to 0+} f(x)=0$; $\lim\limits_{x\to 1-} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1+} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)=+\infty$
b)	6	f streng monoton abnehmend für $0<x<1$ und für $1<x<e$; f streng monoton zunehmend für $x>e$; Tiefpunkt $E(e\,\vert\,e)$
c)	6	$f''(x)=\dfrac{2-\ln x}{x(\ln x)^3}$; $W(e^2\,\vert\,\frac{e^2}{2})$
d)	6	$\lim\limits_{x\to 0+} f'(x)=0$ 
e)	6	$\int\limits_1^2 \dfrac{x}{x-1}dx=\int\limits_1^2\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)dx=\infty$ Für $x>1$ gilt $\frac{x}{x-1}<f(x)$; $\int\limits_1^2 f(x)dx=\infty$
2. a)	8	-----
b)	4	$\frac{1}{2}R^2\pi H=R^2\pi s+\frac{1}{2}R^2\pi\cdot(H-t-s)$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM2.III

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	2	$B(15;\frac{1}{15};1) \approx 38{,}1\ \%$
b)	4	$1-(\frac{14}{15})^n > 0{,}9$; mindestens 34 Personen
2.	4	57
3.	5	$P_{0,02}^{900}(X \leq k) \approx \Phi\left(\frac{k-18+0{,}5}{4{,}2}\right) \leq 0{,}01$ H_0 soll abgelehnt werden, falls bei höchstens 7 Mäusen der Stichprobe unerwünschte Nebenwirkungen auftreten.
4.	6	$P_T(M) = \frac{0{,}9p}{0{,}9p + 0{,}05(1-p)}$; $P_T(M) > 90\,\%$ für $p > \frac{1}{3}$
5. a)	6	-----
b)	6	$P(Z \geq k) \approx 1-\Phi(\frac{k-\mu}{\sigma}) \approx 96{,}8\ \%$, wobei $\mu = 2500 \cdot 1775$, $\sigma = 50 \cdot 405$ und $k = 4{,}4 \cdot 10^6$.
6. a)	4	Umformung von $B(n;\frac{2}{n};2)$
b)	3	$2e^{-2}$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM2.IV

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	3	$\binom{5}{2} \cdot \binom{12}{9} \cdot 9! = 798\,336\,000$
b)	4	$\binom{5}{5} \cdot \binom{15}{7} \cdot 12! \approx 3{,}08 \cdot 10^{12}$
2. a)	3	-----
b)	4	$1 - 0{,}9587^{n} > 0{,}9$; mindestens 55 Kartons
c)	4	$P(\lvert X - 72 \rvert \leq 12) > 51{,}5\,\%$
d)	6	$H_0 : p \leq 3\,\%$; $\overline{A} = \{k+1; \ldots; 384\}$ $P_{0,03}^{384}(X \geq k+1) \approx 1 - \Phi\left(\frac{k - 11{,}52 + 0{,}5}{\sqrt{11{,}1744}}\right) \leq 0{,}05 \Rightarrow k \geq 17$ Die Nullhypothese wird abgelehnt, falls mindestens 18 Waffeln der Stichprobe zerbrochen sind.
3. a)	3	$\binom{3+12-1}{12} = 91$
b)	4	$\frac{8! \cdot 2! \cdot 2!}{12!} = \frac{1}{2970} \approx 0{,}034\,\%$
4. a)	3	$\frac{5}{9}$
b)	6	$P(\text{„}50\,\%\text{“}) = \frac{1}{12}$; $P(\text{„}15\,\%\text{“}) = \frac{2}{9}$; $P(\text{„}10\,\%\text{“}) = \frac{1}{4}$ mittlerer Rabatt: 10 %
	40	

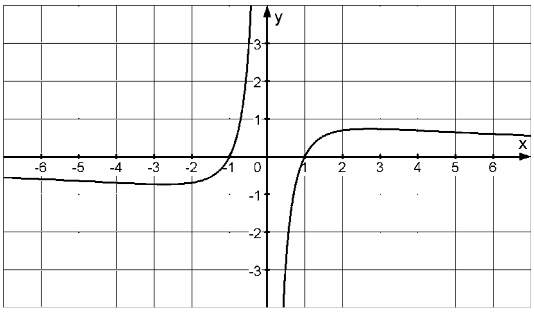
Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM3.V

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	4	$k = -3 \vee k = 2$
b)	5	44,3°
c)	4	-----
d)	5	$k = -\sqrt{3} \vee k = \sqrt{3}$
e)	3	g steht auf keiner Ebene der Schar senkrecht.
2. a)	6	-----
b)	4	-----
c)	5	$V = 50\sqrt{6} \cdot \pi$
d)	4	z. B.: $\overline{NU} < r_S$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM3.VI

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	5	Normalenvektor $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ unabhängig von t
b)	3	$\varphi \approx 48{,}2°$
c)	6	$s_t : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix},\ \nu \in \mathbb{R}$
2. a)	5	-----
b)	7	$V_t = \frac{1}{24} \lvert t \rvert^3$
c)	4	$1:7$
d)	5	-----
e)	5	$m_1 = \frac{t}{4};\ m_3 = -\frac{t}{4};\ r = \frac{1}{4}\sqrt{6}\,\lvert t \rvert$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM1.I

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	6	Punktsymmetrie zum Ursprung Nullstellen: $x_{1/2} = \pm 1$ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0,\ \lim\limits_{x\to 0-} f(x) = +\infty,\ \lim\limits_{x\to 0+} f(x) = -\infty$
b)	7	$(-e \mid -\frac{2}{e}),\ (e \mid \frac{2}{e})$ 
c)	7	$\int \frac{\ln(x^2)}{x} dx = (\ln x)^2 + C$ für $x > 0$
2. a)	3	$\lim\limits_{v\to 0} K(v) = 0,\ \lim\limits_{v\to\infty} K(v) = 0$
b)	8	$K'(v) = \dfrac{s - \frac{v^2}{2a}}{(\frac{v^2}{2a} + tv + s)^2}$ $v_{max} \approx 22 \frac{km}{h}$
c)	4	Je größer die Bremsverzögerung ist, desto kleiner ist der notwendige Sicherheitsabstand, also desto größer die Kapazität.
d)	5	(I): t variiert, (II): a variiert, (III): s variiert. Nur bei (I) ist v_{max} parameterunabhängig. Bei (II) kann also nur a oder s variieren. Hier hat der Graph mit größerem v_{max} (der damit wegen Teilaufgabe 2b zum größeren Parameterwert gehört) für jeden Wert von v den größeren Funktionswert; wegen Teilaufgabe 2c variiert also die Bremsverzögerung a.
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	4	Achsensymmetrie zur y-Achse einziger Achsenschnittpunkt $S_y(0 \mid e)$ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$
b)	6	f nimmt streng monoton zu für $x \le 0$ und streng monoton ab für $x \ge 0$. $W_1(-1 \mid \sqrt{e})$, $W_2(1 \mid \sqrt{e})$
2. a)	8	Der Graph von F ist punktsymmetrisch zum Ursprung, streng monoton steigend, linksgekrümmt für $x \le 0$ und rechtsgekrümmt für $x \ge 0$. Zur Orientierung: $1{,}2 \le F(\frac{1}{2}) \le 1{,}4$, $2{,}2 \le F(1) \le 2{,}4$, $3{,}1 \le F(2) \le 3{,}4$, $3{,}2 \le F(4) \le 3{,}6$
b)	5	$F(x) < F(4) + 0{,}001$
3. a)	6	-----
b)	5	-----
c)	6	$f(x) = \sqrt{2\pi} \cdot e \cdot \varphi(x)$ $\int_0^1 f(x)dx \approx 2{,}3258$; Abweichung ca. $0{,}3\%$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM2.III

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	2	$P_{0,6}^{25}(Z \le 12) \approx 15{,}4\ \%$
b)	5	$P_{0,132}^{25}(Z \ge 2) \approx 86{,}1\ \%$
c)	4	$1-\frac{\binom{16}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 75{,}7\ \%$
d)	5	$\frac{\binom{9}{3}+\binom{7}{3}+\binom{5}{3}+\binom{4}{3}}{\binom{25}{3}} \approx 5{,}8\ \%$
2.	4	$(1-0{,}132)^n < 0{,}01$; mindestens 33 Haushalte
3.	6	$H_0 : p \le 0{,}4$ Die Nullhypothese wird abgelehnt, d. h. die Werbekampagne wird unterlassen, wenn mindestens 27 der befragten Haushalte von der Möglichkeit eines schnellen Zugangs wissen.
4.	7	$\frac{1}{4} \cdot p + \frac{3}{4} \cdot (1-p) = 68\ \% \Rightarrow p = 0{,}14$ Schätzwert: 14 %
5. a)	2	Bei TIME muss er $10{,}50\ € + 18 \cdot 1{,}40\ € = 35{,}70\ €$ bezahlen. Somit ist der Tarif FLAT günstiger.
b)	5	Bei mehr als 37 Stunden Nutzungsdauer ist der Tarif FLAT günstiger. $P(X > 37) = 1 - \Phi(\frac{37-27{,}5}{\sigma}) = 0{,}04$ $\sigma \approx 5{,}4$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM2.IV

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	5	$P_{0,04}^{100}(Z \le 1) \approx 8{,}7\ \%$ $P_{0,01}^{100}(Z \ge 2) \approx 26{,}4\ \%$
b)	5	$0{,}96^n \le 0{,}01;\ n \ge 113$
2. a)	6	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{4} \cdot x = 0{,}04;\ x = 0{,}02$ Selbst wenn der Ausschussanteil bei den Erdbeerjoghurt-bechern auf 0 sinken würde, hätten insgesamt noch 1,5 % aller Becher einen defekten Deckel.
b)	4	$\frac{0{,}25 \cdot 0{,}9}{0{,}96} \approx 23{,}4\ \%$
3. a)	3	34650
b)	8	$P(A) \approx 27{,}3\ \%;\ P(B) \approx 5{,}5\ \%$ $P(A \cap B) \approx 0{,}6\ \%;\ P(A) \cdot P(B) \approx 1{,}5\ \%$ stochastisch abhängig
4. a)	3	263,94 € bzw. 259,74 €
b)	6	$n \cdot 39 > 95 \cdot 19 \Rightarrow n \ge 47$ $P_{0,3}^{120}(Z \ge 47) \approx 1 - \Phi(\frac{46-36+0{,}5}{\sqrt{25{,}2}}) \approx 1{,}8\ \%$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM3.V

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	5	z. B. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ linear unabhängig
b)	4	ΔABD gleichschenklig-rechtwinklig
c)	5	$t = -1$
2. a)	6	$V(t) = G \cdot h(t) = 6 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} \lvert 9 - t \rvert$; $t = -3 \vee t = 21$
b)	3	$t = 0$
c)	7	$U(-3 \mid 5 \mid 5)$; z. B. $\overline{MU} > \frac{1}{2}\overline{BD}$
d)	3	$\approx 63{,}4°$
3.	7	$M'(-1 \mid 0 \mid 11)$; maximaler Abstand $9(1+\sqrt{2})$
	40	

Mathematik – Leistungskurs Aufgabe LM3.VI

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	5	$\overline{PM} = 6\sqrt{5}$ und $P \in E$
b)	7	-----
c)	6	$\varphi \approx 108{,}4° > 90°$; P liegt auf dem kurzen Kreisbogen
2. a)	4	$(-12 \mid 8 \mid 9)$; $(6 \mid 8 \mid -9)$
b)	3	-----
c)	7	ca. 38,2 %
3.	8	$B(1 \mid -14 \mid 7)$
	40	