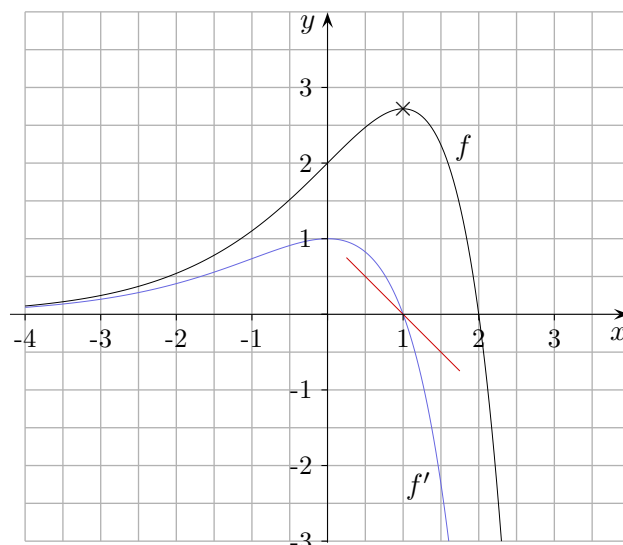


Vorzeichenwechsel



Gegeben ist die Funktion $f(x) = (2 - x) \cdot e^x$.

Um das Extremum zu bestimmen, ermitteln wir die

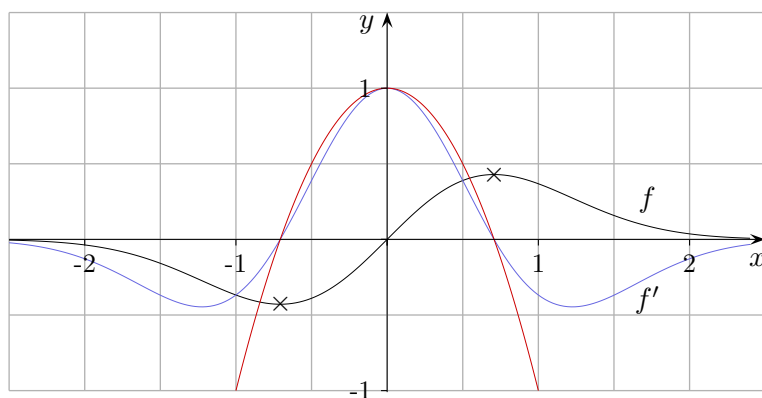
1. Ableitung: $f'(x) = (1 - x) \cdot e^x$

An der Stelle $x_0 = 1$ wird $f'(x_0) = 0$.

Der algebraische Nachweis des Maximums kann auch ohne die 2. Ableitung erbracht werden.

Hierzu ist neben $f'(x_0) = 0$ zu zeigen, dass f' in einer Umgebung von x_0 fällt, dass also in einer Umgebung von x_0 für kleinere Werte von x_0 $f'(x) > 0$ und für größere Werte $f'(x) < 0$ gilt, dass also ein $+/-$ Vorzeichenwechsel von f' an der Stelle x_0 vorliegt.

Dies ist für die obige Funktion offensichtlich, da $1 - x$ das Vorzeichen der Ableitung bestimmt (e^x ist stets positiv).



Betrachten wir als weiteres Beispiel die Funktion $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$.

Die erste 1. Ableitung lautet: $f'(x) = (1 - 2x^2) \cdot e^{-x^2}$

$f'(x) = 0$ führt zu $x_{1/2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{2}$.

Die Frage, an welcher Stelle ein Minimum bzw. Maximum vorliegt, kann mit der (nach unten (!) geöffneten) Parabel $g(x) = 1 - 2x^2$ leicht beantwortet werden.