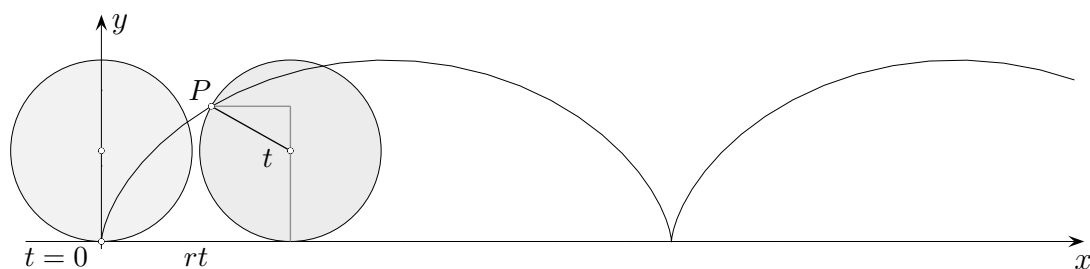


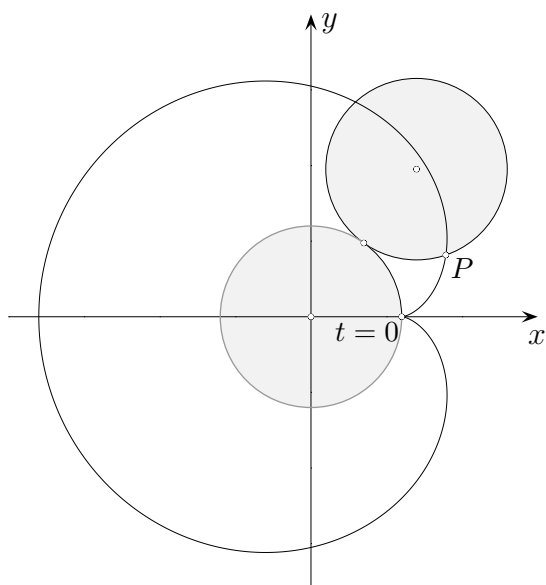
Rollkurven

Apollonius von Pergä, 200 v. Chr.



1. Wenn ein Kreis vom Radius r auf einer Geraden abrollt, dann heißt die Kurve, die ein beliebiger Punkt des Kreises beschreibt, eine Zyklode.
Sei der Rollwinkel der Parameter t . In der Abbildung stimmt der Punkt P für $t = 0$ mit dem Ursprung überein.

Die Parameterdarstellung der Zyklode lautet: $x(t) = r(t - \sin t)$, $y(t) = r(1 - \cos t)$



2. Auf einem Kreis vom Radius r rollt ein zweiter Kreis, ebenfalls vom Radius r , ab. Es entsteht eine Kardioide (Herzkurve). Bestätigen Sie, dass eine Parameterdarstellung lautet:

$$x(t) = r(2 \cos t - \cos 2t), \quad y(t) = r(2 \sin t - \sin 2t).$$

Die Kardioide gehört zu den sogenannten Epizykloiden. Sie werden durch einen Punkt eines Kreises beschrieben, der außen auf dem Umfang eines festen Kreises abrollt. Wird der bewegliche Punkt im Innern des festen Kreises abgerollt, entsteht eine Hypozykloide (Epizykel, griech.: aufgesetzter Kreis).

Rollkurven

3. In einem Getriebe bewege sich eine Stange AB von der Länge s so, dass die Endpunkte A und B in je einer geraden Schiene gleiten, die aufeinander senkrecht stehen. Zeigen Sie, dass ein Punkt P der Stange dabei eine Ellipse beschreibt und geben Sie deren Gleichung an.
4. Ein Kreis vom Radius r rollt innen auf einem Kreis vom Radius $2r$ ab. Zeigen Sie, dass ein Punkt P des kleinen Kreises periodisch den Durchmesser des großen Kreises durchläuft. (Umsetzung einer Kreisbewegung in eine geradlinige Bewegung, Cardano, 1570).