

## Erforderliches Wissen in der Analysis, eA

e-Funktionen, auch als Funktionenscharen und mit Anwendungsbezug  
Ortslinien

1. Ableitungsregeln anwenden können S. 4 siehe auch hier S. 3
2. Wie lautet die Tangentengleichung? Wie lautet die Normalengleichung?
3. Fragen zur Kurvendiskussion
  - a) Was ist unter Definitions- und Wertebereich zu verstehen? Beispiel auf S. 2
  - b) Wie weise ich eine Symmetrie nach?
  - c) Wie bestimme ich die Monotonie, die Krümmung einer Funktion? S. 1
  - d) Wie und wozu wird ein Vorzeichenwechsel nachgewiesen?
4. Wie wird die Umkehrfunktion gebildet?
5. Wie werden Graphen verschoben, gestreckt, gestaucht?
6. Wie wird eine ganzrationale Näherungsfunktion ermittelt?
7. Wie werden Schnittwinkel von Graphen bestimmt?
8. Wie löse ich Extremwertaufgaben?
9. Wie untersuche ich Graphen einer Funktionenschar  $f_k$  für allgemeines  $k$ ? S.2
10. Wie werden Inhalte von Flächen zwischen Graphen ermittelt? siehe auch hier
11. Was ist eine Ortskurve und wie wird sie bestimmt? Siehe auch hier nach.
12. Was ist ein mittlerer Funktionswert?
13. Wie werden Trassierungs- und Biegelinien-Probleme bearbeitet? siehe auch hier oder hier
14. Wie lauten die Berührbedingungen? Wie lauten die Bedingungen für senkrecht schneiden?
15. Wie wird Stetigkeit und Differenzierbarkeit (an einer Stelle) untersucht?
16. Aufg. zum logistischen Wachstum
17. Aufg. zum beschränkten Wachstum, Tropfinfusion usw. siehe auch Medikament-, Wasserbecken-Aufg.
18. Aufg. zum exponentiellen Wachstum, Fäulnisbakterien usw.
19. Wie lauten die Dgln der bearbeiteten Wachstumsprozesse?
20. Wie kann mit der Änderungsrate auf den Bestand geschlossen werden?
21. Was sind uneigentliche Integrale?
22. Wie wird ein Rotationsvolumen berechnet?
23. Aufg.
24. Funktionen des GTR kennen: Gleichungen lösen, Funktionswerte ermitteln, integrieren, ...

## Formulierungen, Beispiele

1. Untersuchen Sie, ob für jedes  $k > 0$  die folgende Aussage gültig ist: Die Gerade durch den Ursprung und den Wendepunkt verläuft auch durch den Hochpunkt.
2. ... und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Sachzusammenhang.
3. Weisen Sie nach, dass der Graph von  $f$  symmetrisch ist.
4. Untersuchen Sie für  $f_k$ , ob die durchschnittliche Steigung zwischen den Punkten  $A$  und  $B$  stets größer als 1 ist.
5. Interpretieren Sie die Differenzialgleichung und geben Sie an, was diese für die weitere Entwicklung der Besucherzahlen bedeutet.
6. Ermitteln Sie die Größe dieses Winkels.
7. Berechnen Sie ohne Rechnereinsatz das Integral  $\int_a^b \dots$
8. Bewerten Sie mit Ihrem Ergebnis die Qualität der Näherungsfunktion.
9. Skizzieren Sie vier typische Vertreter der Graphen der Funktionenschar.
10. Ermitteln Sie den maximalen Flächeninhalt, den dieses Dreieck haben kann.
11. Beschreiben Sie, wie sich eine Veränderung von  $k$  auf den Verlauf des Graphen auswirkt.
12. Begründen Sie anhand des Graphen von  $f$ , dass der Graph von  $f'$  einen Hochpunkt besitzen muss.
13. Der Graph von  $f$  schließt mit der  $x$ -Achse für  $0 \leq x \leq a$  eine Fläche mit dem Inhalt 1 FE ein. Bestimmen Sie  $a$ .

14. Beschreiben Sie den Einfluss des Parameters  $k$  auf die Lage der Hochpunkte.
15. Untersuchen Sie, für welche Werte für  $k$  der durch  $f_k$  beschriebene Querschnitt an keiner Stelle die Steigung  $-0,5$  unterschreitet.
16. Die Geraden mit den Gleichungen  $x = -3$ ,  $y = -1$  und  $y = x - 3$  sowie der Graph von  $f$  begrenzen ein Flächenstück. Bestimmen Sie den Inhalt dieses Flächenstücks.
17. Bestimmen Sie die Gleichung der Ortslinie, auf der alle Punkte mit waagerechter Tangente liegen.
18. Die Tangenten an die Graphen von  $f_k$ , an der Stelle  $x = 0$  werden mit  $t_k$  bezeichnet. Weisen Sie nach, dass sich alle Tangenten  $t_k$  in einem Punkt schneiden.
19. Untersuchen und beschreiben Sie die Funktionenschar. Gehen Sie auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede in Abhängigkeit vom Parameter  $k$  ein. Von der Untersuchung von Nullstellen ist dabei abzusehen. Skizzieren Sie jeweils drei typische Vertreter ( $k$  gerade bzw.  $k$  ungerade).
20. Beschreiben Sie ohne Rechnung drei wesentliche Eigenschaften dieser Graphen. Gehen Sie auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede im Hinblick auf den Parameter  $k$  ein.
21. Klassifizieren Sie die Funktionenschar bezüglich der Extremstellen. Begründen Sie Ihre Klassifizierung durch eine entsprechende Rechnung.
22. Bestimmen Sie die Berührstellen aller Tangenten an die Kurve der Funktion  $f$ , die durch den Koordinatenursprung gehen.
23. Nebenstehend sind drei Graphen der Schar gezeichnet. Bestimmen Sie zugehörigen Parameterwerte für  $k$ .
24. Entnehmen Sie der Zeichnung Vermutungen über das Verhalten der Graphen von  $f_k$  für große Werte von  $|x|$ , Symmetrie, Nullstellen und Extrempunkte.
25. Begründen Sie ohne Rechnung, dass für  $k > 0$  alle Funktionen  $g_k$  Wendestellen besitzen.
26. Weisen Sie ihre Vermutungen bzgl. der Nullstellen, Extrempunkte und des Verhaltens für große Werte von  $|x|$  algebraisch nach.

27. Erläutern Sie den Einfluss der beiden Parameter  $a$  und  $b$  für die Modellierung.
28. Berechnen Sie einen Wert für  $k$  so, dass  $f_k(5) = 8$  ist.
29. Bestimmen Sie für  $k = 0,4$  den Zeitpunkt  $t$ , ab dem der Bestand 97% des maximalen Bestandes überschreitet.
30. Skizzieren Sie in das vorgelegte Koordinatensystem (Abbildung 1 der Anlage) einen weiteren typischen Vertreter dieser Funktionenschar, der sich deutlich in seiner Form von den beiden vorgegebenen Graphen unterscheidet.
31. Weisen Sie die Punktsymmetrie aller Graphen der Schar zum Punkt  $A$  nach.
32. Berechnen Sie die Steigung der Graphen von  $f_k$  im Ursprung.
33. Weisen Sie nach, dass  $F$  mit  $F(x) = \dots$  eine Stammfunktion von  $f$  ist, und berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von  $f$  mit der positiven  $x$ -Achse einschließt.
34. Zeigen Sie, dass für  $-3 \leq z \leq 3$  gilt:  $f(3 + z) = f(3 - z)$ , und erläutern Sie die geometrische Bedeutung dieser Aussage.
35. Bestimmen Sie zwei Werte  $a$  und  $b$ , so dass gilt: Die Wachstumsgeschwindigkeit beträgt im Intervall  $[a; b]$  mindestens 90% der maximalen Wachstumsgeschwindigkeit und das Intervall ist so groß wie möglich.
36. Untersuchen Sie die Wachstumsgeschwindigkeit dieser Vorgänge. Bestimmen Sie die Bereiche, in denen sie zu- bzw. abnimmt, sowie die maximale Wachstumsgeschwindigkeit.
37. Ermitteln Sie ein  $k$ , für das das Minimum von  $f_k$  auf einer gegebenen Geraden ( $x$ -Achse) liegt?
  - a) Begrenztes und logistisches Wachstum
  - b) Bestimmung von Funktionen aus gegebenen Eigenschaften und abschnittsweise definierte Funktionen in den Kontexten Trassierung und Biegelinien
  - c) Volumen von Rotationskörpern
  - d) Differenzialgleichungen ohne Lösungsverfahren