

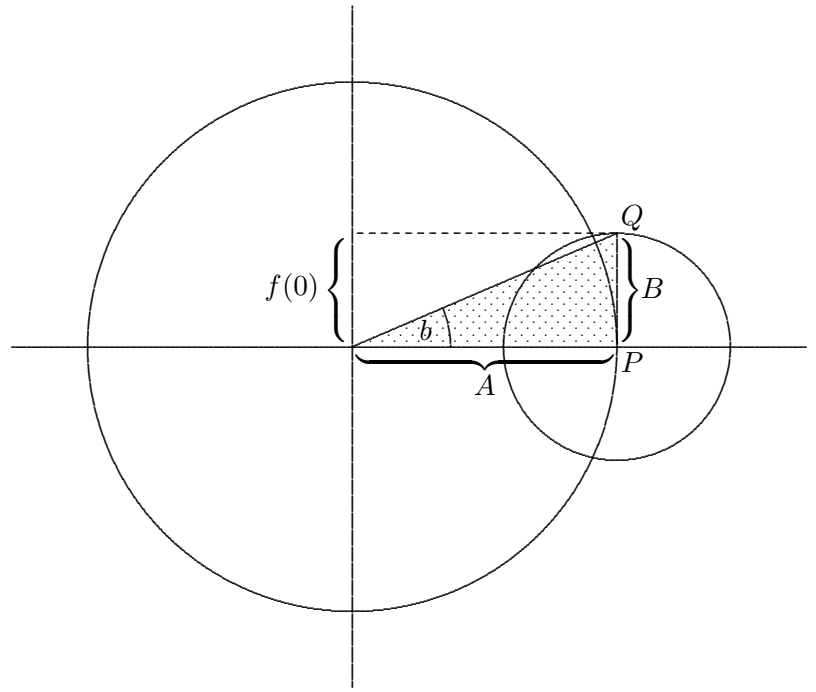
$$f(x) = A \sin x + B \cos x$$

Erläutere, dass  $f$  zu  $f(x) = a \sin(x + b)$  zusammengefasst werden kann, wobei gilt:

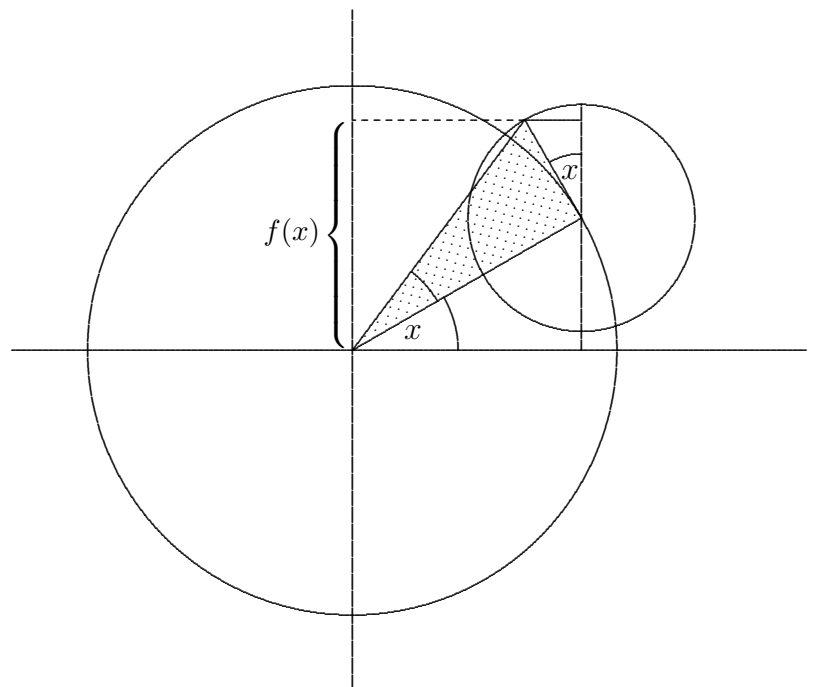
$$a = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\cos b = \frac{A}{a}$$

$$\sin b = \frac{B}{a}$$



Beachte, dass das hervorgehobene Dreieck starr bleibt und die Schenkel der mit  $x$  bezeichneten Winkel senkrecht aufeinander stehen.



$$A \sin x + B \cos x = a \sin(x + b)$$

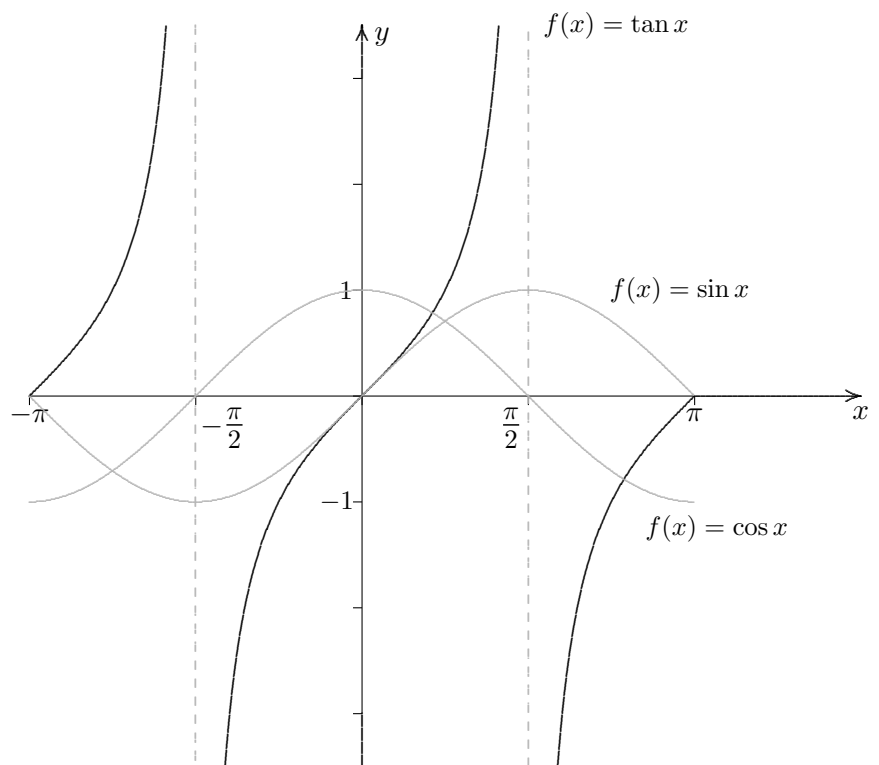
$$a = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\cos b = \frac{A}{a}$$

$$\sin b = \frac{B}{a}$$

Um dieses Ergebnis auf einem zweiten Weg zu erhalten, löse man die Klammer nach dem Additionstheorem auf und vergleiche die Koeffizienten.

Für die Herleitung von  $a$  beachte  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .



Bringe die Funktionen auf die Form  $f(x) = a \sin(x + b)$ .

a)  $f(x) = -\sin x + 2 \cos x$

b)  $f(x) = -3 \sin x - \cos x$

Ergebnisse

a)  $f(x) = \sqrt{5} \sin(x + 2,034)$

b)  $f(x) = \sqrt{10} \sin(x - 2,820)$

$b = \arctan\left(\frac{B}{A}\right)$  eventuell  $\pm \pi$

$b$  ist so zu wählen, dass die Vorzeichen von  $A$  und  $\cos(b)$  bzw.  $B$  und  $\sin(b)$  übereinstimmen. Dies ist auf dem Intervall  $[-\pi, \pi]$  auf eindeutige Weise möglich.