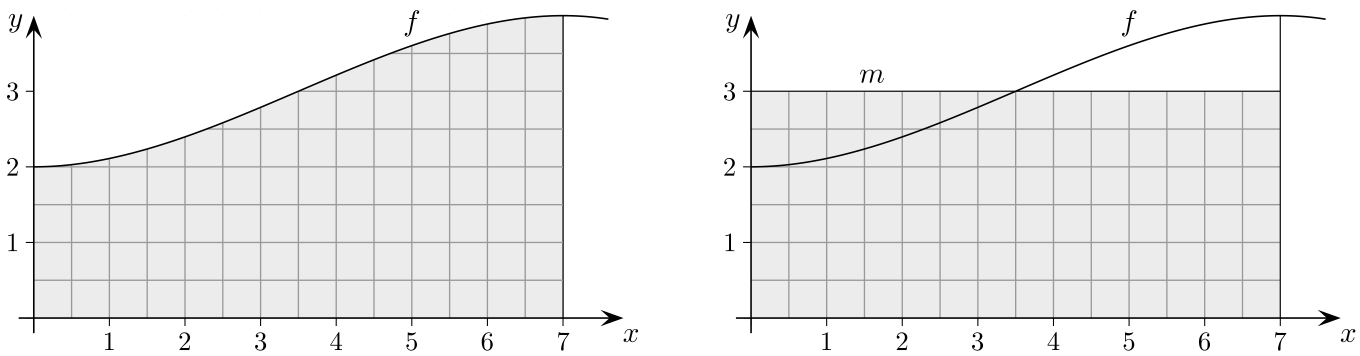
Mittlerer Funktionswert



Für den mittleren Funktionswert m der Funktion f auf dem Intervall $[a, b]$ soll gelten (Definition):

$$m \cdot (b-a) = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$\Longrightarrow \quad m = \tfrac{1}{b-a} \int_a^b f(x)\,dx$$

Ist $F(x)$ eine Stammfunktion von $f(x)$, d. h. $F'(x) = f(x)$, dann gilt:

$$m = \frac{F(b) - F(a)}{b - a} \qquad \text{(Sekantensteigung)}$$

Für mittlere Änderungsraten ist dieser Zusammenhang bedeutsam.
Sei also $f(t)$ eine Funktion, die den zeitlichen Verlauf einer Änderungsrate (z. B. einer Wachstumsgeschwindigkeit) beschreibt (hierfür ist auch f' eine häufig verwendete Bezeichnung).
Die mittlere Änderungsrate des Bestandes F auf einem Intervall (mittlerer Funktionswert von f) ist dann einfach die Sekantensteigung m von F.

Sei zur Zeit $t = a$ der Bestand F null ($F(a) = 0$), so gilt

$$F(t) = \int_a^t f(x)\,dx \qquad\qquad \text{beachte:} \quad F'(t) = f(t)$$

Allgemeiner gilt mit einem Bestand $F(a)$ zum Zeitpunkt $t = a$

$$F(t) = F(a) + \int_a^t f(x)\,dx$$