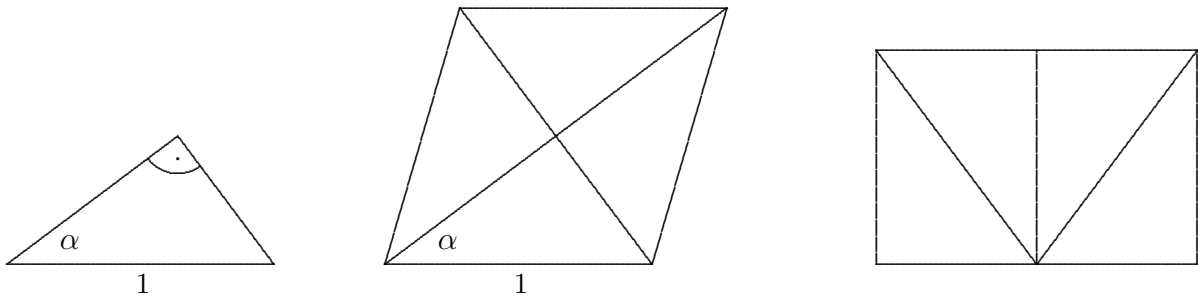
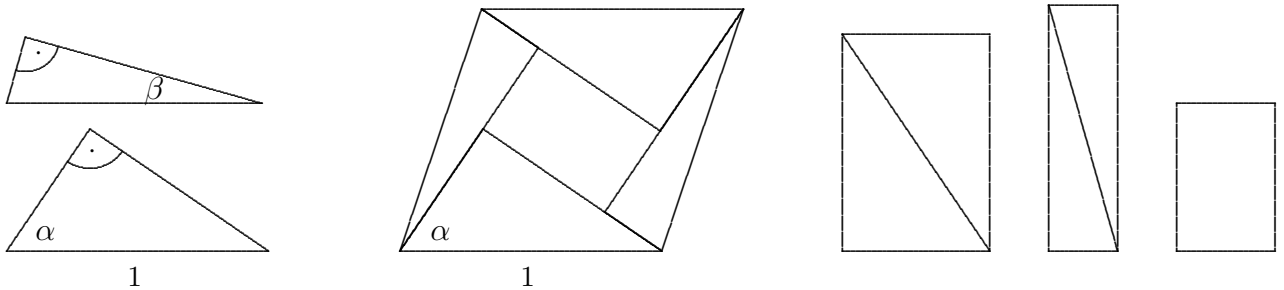


Additionstheoreme und Ableitung trigonometrischer Funktionen



1. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$



2. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

weitere Formeln:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Ableitungen:

$$(\sin x)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos \frac{2x+h}{2} \sin \frac{h}{2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \cos(x + \frac{h}{2}) \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} = \cos x$$

$$(\cos x)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \frac{2x+h}{2} \sin \frac{h}{2}}{h} = - \lim_{h \rightarrow 0} \sin(x + \frac{h}{2}) \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} = - \sin x$$

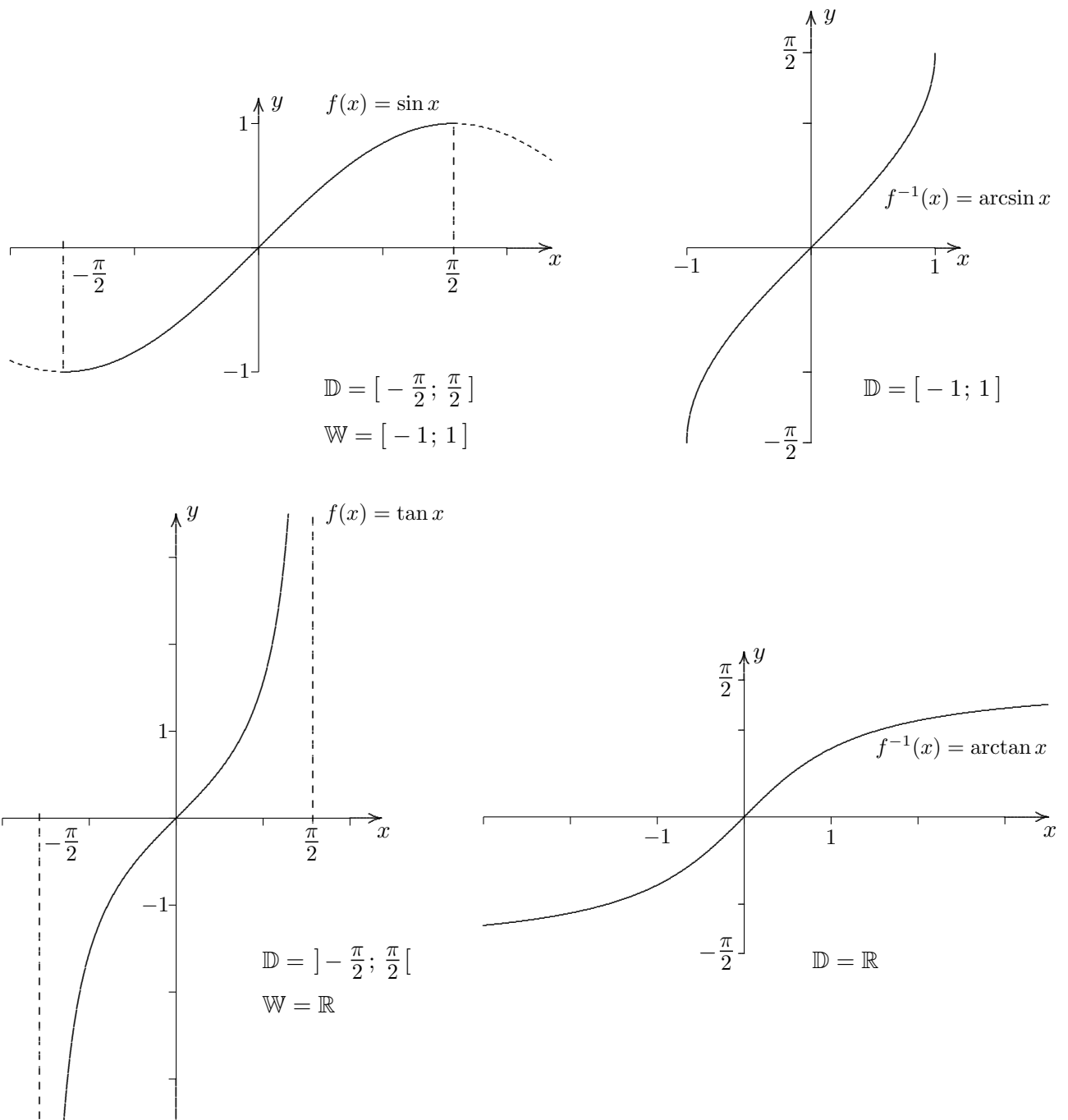
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

4. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

Arcus-Sinus und Arcus-Tangens

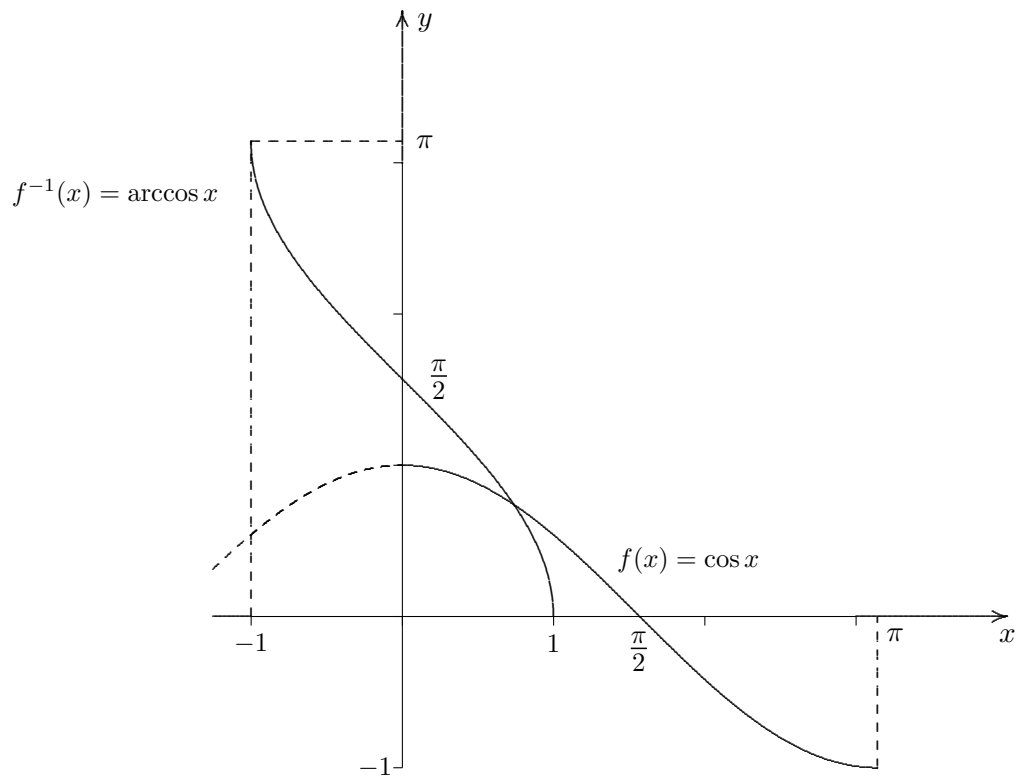
Der Definitionsbereich trigonometrischer Funktionen kann soweit eingeschränkt werden, dass die eingeschränkte Funktion streng monoton und damit umkehrbar ist.



Zeige: $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Tipp: Wende auf $\sin(\arcsin(x)) = x$ die Kettenregel an und beachte, dass $\cos(x) = \sqrt{1 - (\sin(x))^2}$ gilt.

Arcus-Cosinus



Ableitung $\arctan(x)$

Erläutere Folgendes:

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

$$\Rightarrow (\tan(x))' = 1 + \tan^2(x)$$

$$\tan(\arctan(x)) = x \quad | \quad ()'$$

$$\Rightarrow [1 + \underbrace{\tan^2(\arctan(x))}_{= x^2}] \cdot (\arctan(x))' = 1$$

$$\Rightarrow (\arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}$$

