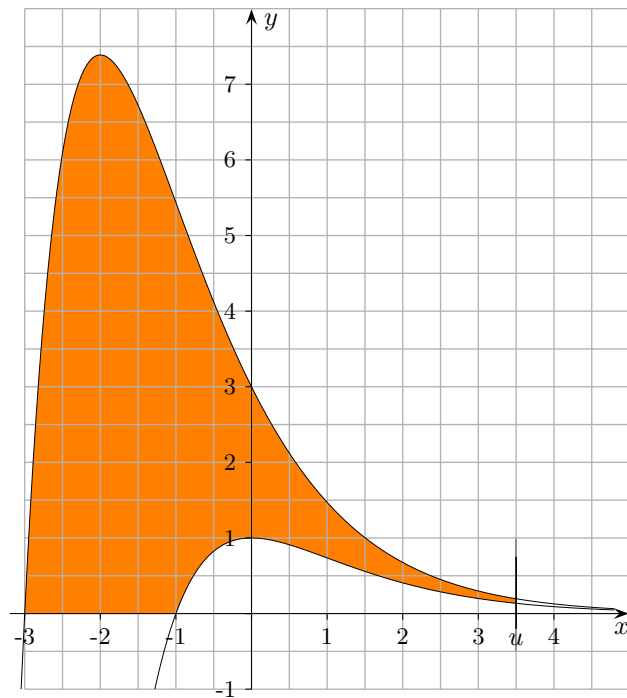


# e-Funktion



Gegeben sind die Funktionen  $f_k(x) = \frac{x+k}{e^x}$ .

a) Leite  $g(x) = \frac{1-x-k}{e^x}$  ab.

b) Die Graphen von  $f_1$  und  $f_3$ , die  $x$ -Achse und die Gerade  $x = u$  ( $u > 0$ ) begrenzen die Fläche  $A(u)$ . Welcher Flächeninhalt ergibt sich für  $u \rightarrow \infty$ ?

## e-Funktion Ergebnisse

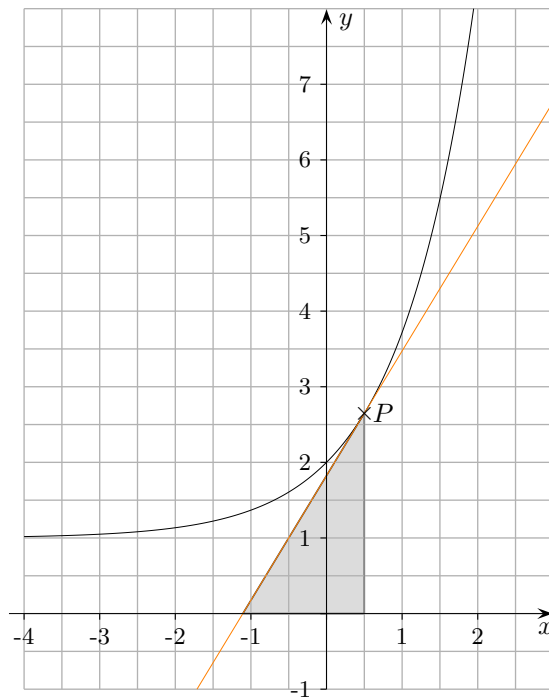
a)  $g'(x) = \frac{x - 2 + k}{e^x}$

Mit  $k = 5$  kann die nächste Teilaufgabe auch algebraisch gelöst werden.

b)  $A(u) = \int_{-3}^{-1} f_3(x) dx + \int_{-1}^u (f_3(x) - f_1(x)) dx = -3e + e^3 + (-2e^{-u} + 2e) = e^3 - e - 2e^{-u}$   
 $f_3(x) - f_1(x) = 2e^{-x}$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} A(u) = e^3 - e$$

# e-Funktion



Gegeben ist die Funktion  $f(x) = e^x + 1$ ,  
sowie die Tangente in einem Punkt  $P$  (beliebig).

Wie ist  $P$  zu wählen, damit die Länge der Hypotenuse  
des grau gezeichneten Dreiecks minimal wird?

# Aufgaben $e$ -Funktion

1. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 1 - e^{-x^2}$ .  
Ermittle die Stellen, an denen die zugehörigen Tangenten durch den Ursprung verlaufen.
2. Der Graph der Funktion  $f(x) = ex + e^{-x}$  schließt mit den Koordinatenachsen eine Fläche ein.  
Ermittle algebraisch deren Inhalt.
3. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 5x \cdot e^{-x^2}$ .  
Berechne den maximalen Flächeninhalt eines Dreiecks mit den Eckpunkten:  
 $A(0 | 0)$ ,  $B(a | 0)$ ,  $C(a | f(a))$  ( $a > 0$ ).
4. Gegeben ist die Funktionenschar  $f(x) = tx^2e^{-x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .  
Begründe ohne jeden Bezug auf den GTR:  
Haben die Tangenten an der Stelle  $x = 4$  einen Punkt gemeinsam und wenn ja welchen?
5. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = (e^x - 2)^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
  - a) Wie lautet eine Stammfunktion von  $f$ ?
  - b) Ermittle algebraisch den Inhalt der (unbegrenzten) Fläche, den der Graph von  $f$  mit der Geraden  $y = 4$  einschließt.

## Aufgaben e-Funktion

1. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 1 - e^{-x^2}$ .  
Ermittle die Stellen, an denen die zugehörigen Tangenten durch den Ursprung verlaufen.

Tangente an der Stelle  $x = a$ :

$$y = 2ae^{-a^2}(x - a) + 1 - e^{-a^2}$$

$y$ -Achsenabschnitt muss Null sein, das ergibt:  $x_1 = 0, x_{2/3} = \pm 1,121$

2. Der Graph der Funktion  $f(x) = ex + e^{-x}$  schließt mit den Koordinatenachsen eine Fläche ein.  
Ermittle algebraisch deren Inhalt.

$$A = \frac{1}{2}e - 1$$

3. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 5x \cdot e^{-x^2}$ .  
Berechne den maximalen Flächeninhalt eines Dreiecks mit den Eckpunkten:  
 $A(0 | 0), B(a | 0), C(a | f(a))$  ( $a > 0$ ).

$$A_{\max} = 0,920$$

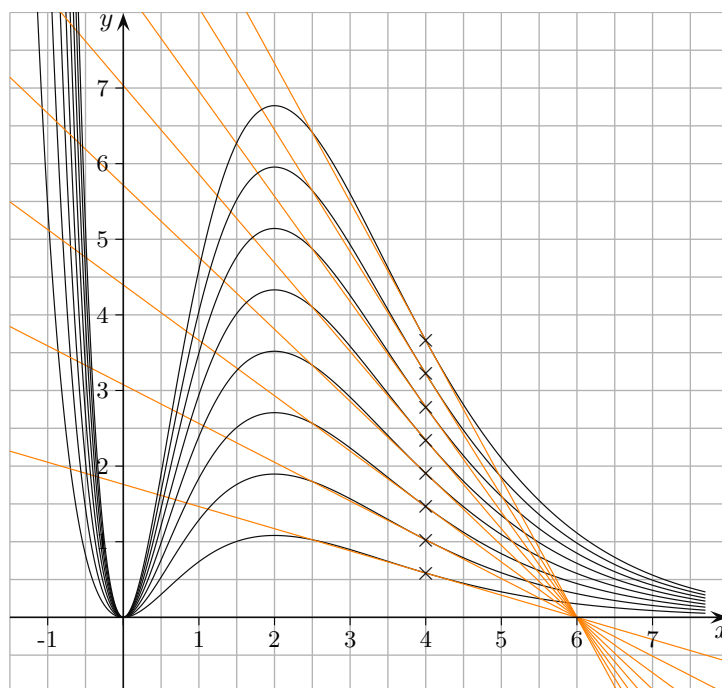
4. Gegeben ist die Funktionenschar  $f(x) = tx^2e^{-x}, x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}$ .

Begründe ohne jeden Bezug auf den GTR:

Haben die Tangenten an der Stelle  $x = 4$  einen Punkt gemeinsam und wenn ja welchen?

Tangentengleichung:  $y = -8te^{-4}(x - 4) + 16te^{-4}$

$$y = -8te^{-4}(x - 6), \quad A(6 | 0)$$




---

Roofls

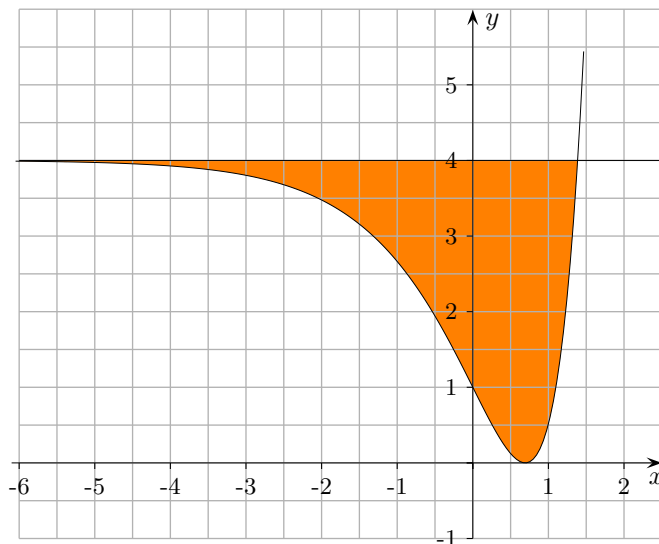
5. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = (e^x - 2)^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Wie lautet eine Stammfunktion von  $f$ ?

$$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 4e^x + 4x$$

b) Ermittle algebraisch den Inhalt der (unbegrenzten) Fläche, den der Graph von  $f$  mit der Geraden  $y = 4$  einschließt.

$$A = 8 \text{ FE}$$

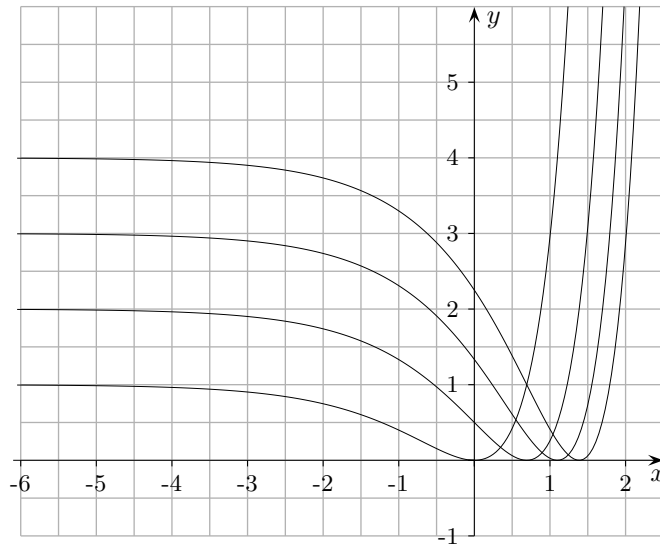


$$A(u) = \int_u^{\ln(4)} (4 - f(x)) dx = \left[ -\frac{1}{2}e^{2x} + 4e^x \right]_u^{\ln(4)} = \dots = 8 + \frac{1}{2}e^{2u} - 4e^u$$

$$\lim_{u \rightarrow -\infty} A(u) = 8$$

## Aufgaben $e$ -Funktion

6. Gegeben ist die Funktionenschar  $f_k(x) = \frac{1}{k}(e^x - k)^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$ .  
Ermittle begründet die Parameter für die dargestellten Graphen.



7. Untersuche, ob die differenzierbaren Funktionen  $g(x)$  und  $f(x) = e^{g(x)} + c$  in den Extremstellen und der Art der Extrema übereinstimmen.
8. Untersuche, ob es eine Funktion der Schar  $f_n(x) = x^n \cdot e^x$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , gibt, deren Graph das Rechteck mit den Eckpunkten  $A(0 | 0)$ ,  $B(1 | 0)$ ,  $C(1 | e)$ ,  $D(0 | e)$  halbiert?
9. Spiegelt man den Graphen der Funktion  $f(x) = e^x$  an der Geraden
- a)  $y = 1$ ,
  - b)  $y = 2$ ,
  - c)  $x = 2$ ,
  - d)  $x = -1$ ,

erhält man den Graphen einer Funktion  $g$ .  
Gib die Gleichung von  $g$  an.

8. Untersuche, ob es eine Funktion der Schar  $f_n(x) = x^n \cdot e^x$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , gibt, deren Graph das Rechteck mit den Eckpunkten  $A(0 | 0)$ ,  $B(1 | 0)$ ,  $C(1 | e)$ ,  $D(0 | e)$  halbiert?

Hier ist alles zu sehen.

