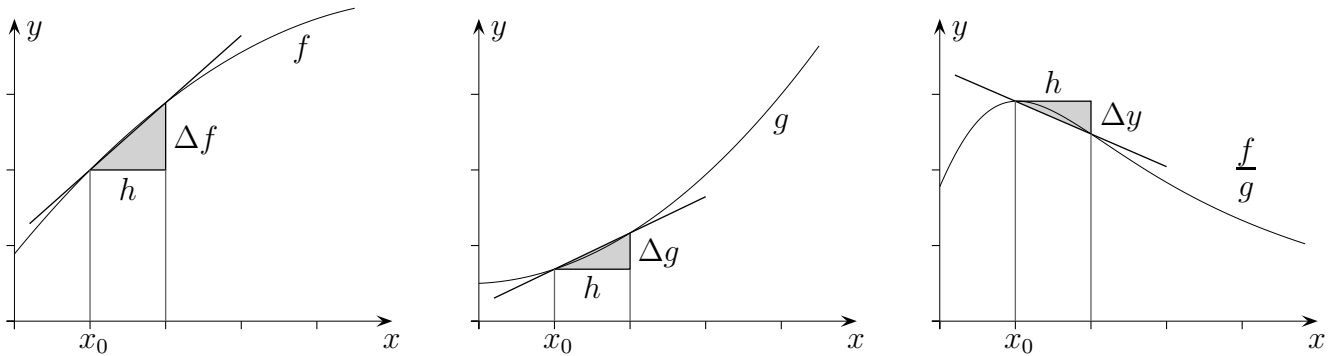


Quotientenregel (Ableitung von $\frac{f}{g}$)



$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{h} \quad \text{mit } \Delta f = f(x_0 + h) - f(x_0)$$

$$g'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x_0 + h) - g(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta g}{h} \quad \text{mit } \Delta g = g(x_0 + h) - g(x_0)$$

Für den Quotienten der Funktionen gilt dann:

$$* \quad \left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x_0 + h)}{g(x_0 + h)} - \frac{f(x_0)}{g(x_0)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{h}$$

Mit $f(x_0 + h) = f(x_0) + \Delta f$ und $g(x_0 + h) = g(x_0) + \Delta g$ formen wir um (Hauptnenner):

$$\Delta y = \frac{f(x_0) + \Delta f}{g(x_0) + \Delta g} - \frac{f(x_0)}{g(x_0)} = \frac{(f(x_0) + \Delta f)g(x_0) - f(x_0)(g(x_0) + \Delta g)}{(g(x_0) + \Delta g)g(x_0)} = \frac{\Delta f g(x_0) - f(x_0)\Delta g}{(g(x_0) + \Delta g)g(x_0)}$$

Dies setzen wir in * ein, es ergibt sich:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(g(x_0) + \Delta g)g(x_0)} \cdot \left(\frac{\Delta f}{h}g(x_0) - f(x_0)\frac{\Delta g}{h}\right)$$

Indem wir zu den Grenzwerten übergehen, erhalten wir die Quotientenregel:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{(g(x_0))^2} \quad \text{oder kurz} \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

Leite ab.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ b) $f(x) = \frac{3x - 5}{2x + 7}$

c) $f(x) = \frac{1 - x}{x^2}$ d) $f(x) = \frac{4x}{1 + x^2}$

Quotientenregel (Ableitung von $\frac{f}{g}$)

Leite ab.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \frac{3x - 5}{2x + 7}$

c) $f(x) = \frac{1 - x}{x^2}$

d) $f(x) = \frac{4x}{1 + x^2}$

a) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

b) $f'(x) = \frac{31}{(2x + 7)^2}$

c) $f'(x) = \frac{x - 2}{x^3}$

d) $f'(x) = \frac{4 - 4x^2}{(1 + x^2)^2}$