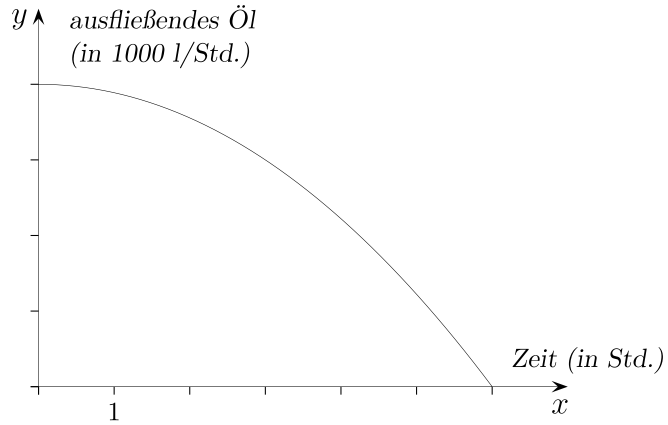
Integration Ölpest

Kaum haben wir uns ins Amt für Umweltschutz versetzen lassen, läuft ein Tanker auf Grund und wir sollen die Menge des ausgeströmten Öls berechnen. (Dabei hatten wir gedacht, wir könnten in der Sonne liegen und Frösche zählen.)

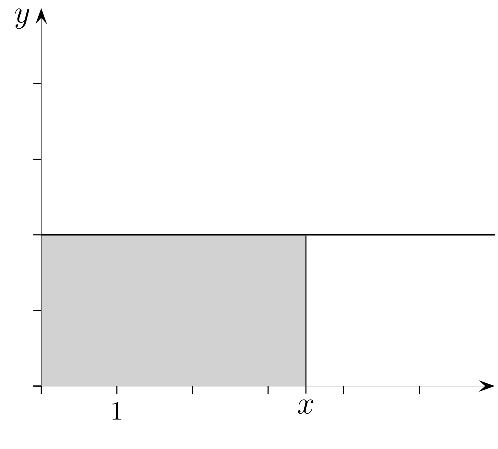


Irgendwie könnte das Problem mit der Berechnung einer Fläche zusammenhängen.
Ob das wohl stimmt? (Warum hat man uns in der Schule nicht gesagt, wie wichtig die Mathematik ist? Dann hätten wir auch besser aufgepasst.) Auch wenn wir den Ehrgeiz haben, das Problem exakt zu lösen, für eine Pressemitteilung wird eine Schätzung genügen.

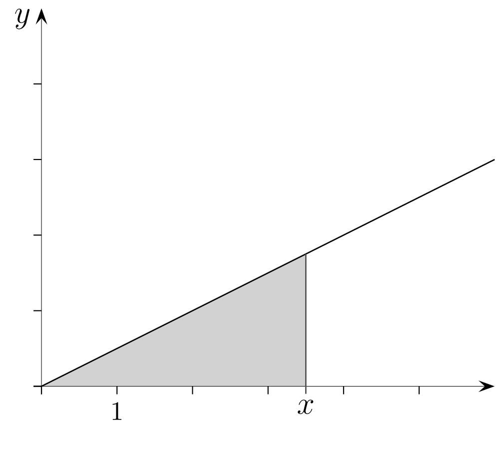
Sehen wir uns nun zuerst die Flächenberechnung an einigen einfachen Beispielen an. Vielleicht bringt das was.

Wie groß ist der Inhalt der Fläche unter dem Graphen in den Grenzen von 0 bis x?
Es wird uns nicht überfordern, die Inhaltsfunktion $A(x)$ zu ermitteln und grafisch darzustellen.

a)

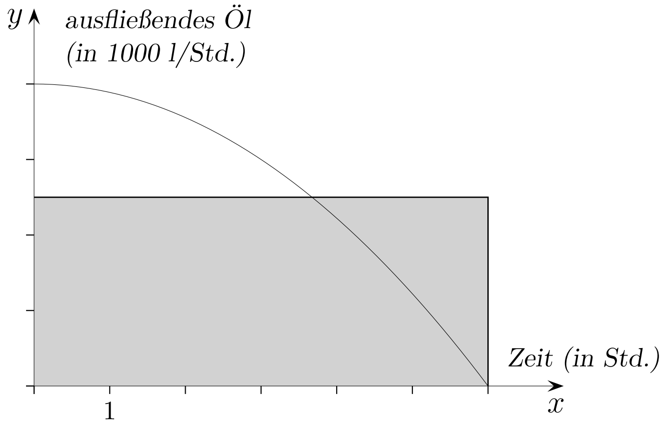


b)

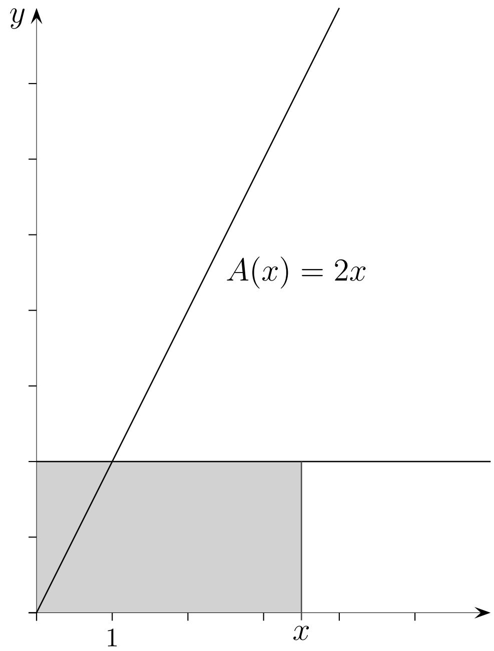


Integration Ölpest

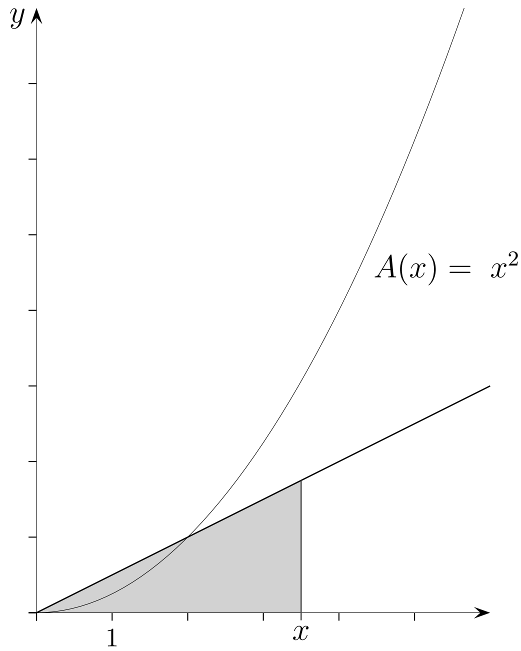
Wenn wir die ausfließende Ölmenge pro Stunde als konstant annehmen, erhalten wir eine Schätzung: 15000 l.
Für eine genauere Schätzung müsste die Funktionsgleichung $f(x) = -\frac{1}{9}x^2 + 4$ (aus $f(0) = 4$ und $f(6) = 0$) aufgestellt werden und eine feinere Rechteckunterteilung vorgenommen werden.



a)



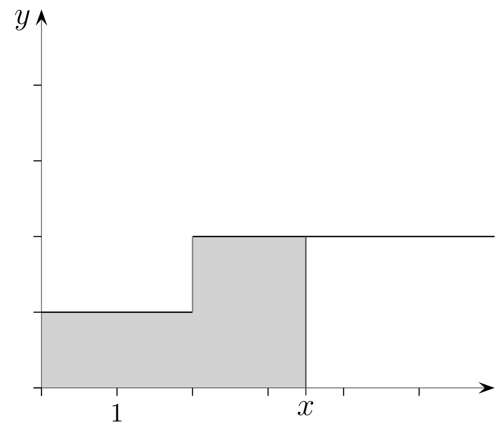
b)



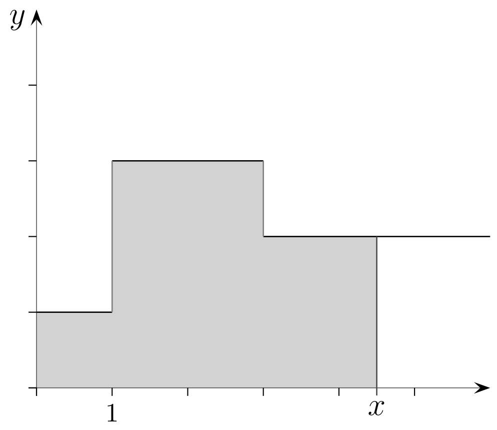
Integration

Zeichne den Graphen der Flächeninhaltsfunktion (Integralfunktion) $A(x)$.

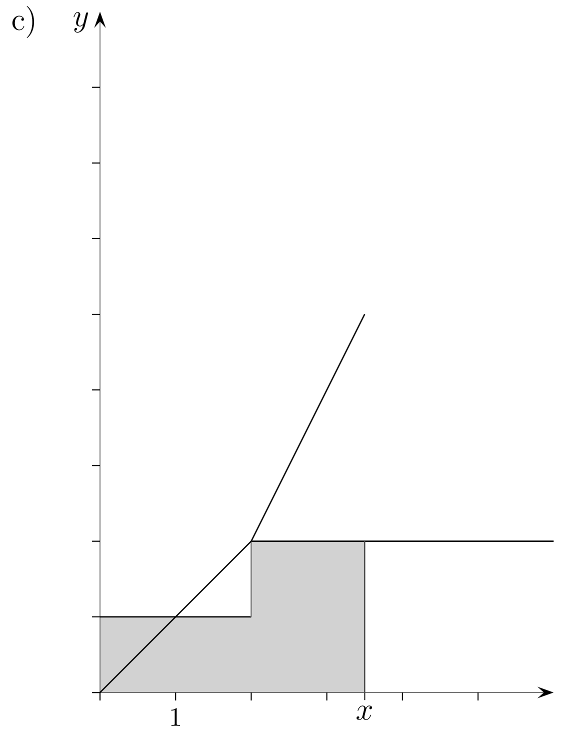
c)

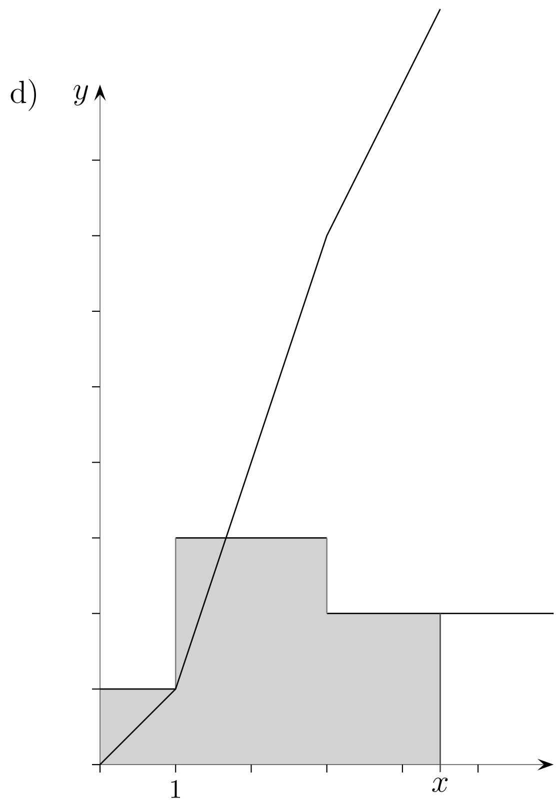


d)

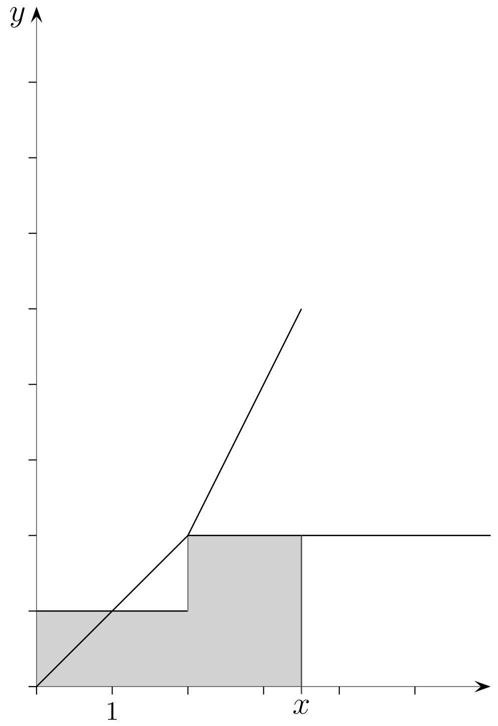


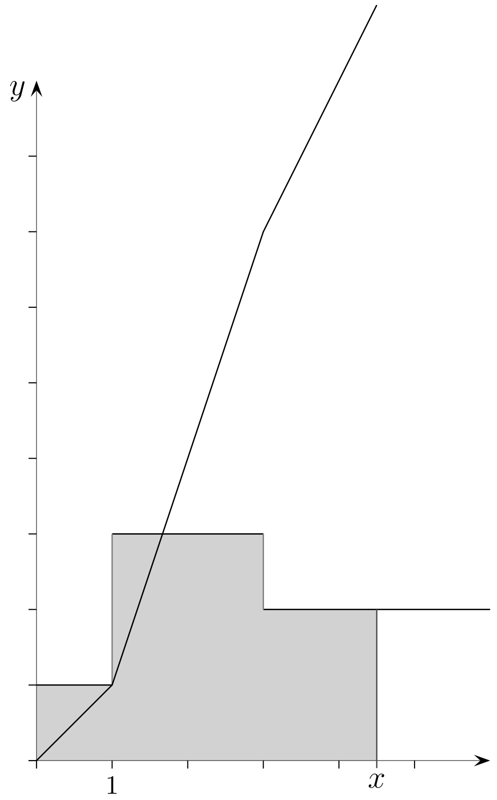
Integration





Integration

c) 

d) 

$$A(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 2 \\ 2(x-2)+2 & x \geq 2 \end{cases}$$

$$A(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 3(x-1)+1 & 1 \leq x < 3 \\ 2(x-3)+7 & x \geq 3 \end{cases}$$