

# Integralrechnung

Die Inhaltsfunktion  $A(x)$  gibt für jedes  $x$  den Inhalt der Fläche unter dem Graphen in den Grenzen von 0 bis  $x$  an.

Für die Inhaltsfunktion  $A(x)$  gilt:  $A'(x) = f(x)$

Beispiele:

$$f(x) = 3$$

$$A(x) = 3x$$

$$f(x) = x$$

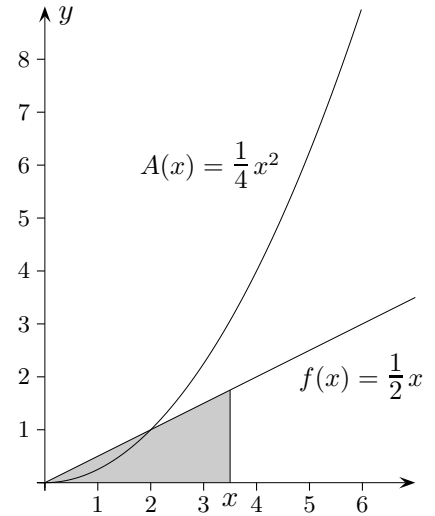
$$A(x) = \frac{x^2}{2}$$

$$f(x) = x^2$$

$$A(x) = \frac{x^3}{3}$$

$$f(x) = x^3 - 2x + 4$$

$$A(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 4x$$



Beachte die Schreibweise für die Flächenberechnung:  $A = \int_a^b f(x) dx$

$A$  ist der Inhalt der Fläche unter dem Graphen in den Grenzen von  $a$  bis  $b$ .

- Bestimme den Inhalt der Fläche unter dem Graphen in den angegebenen Grenzen.
  - $f(x) = x^2$ ,  $a = 0$ ,  $b = 3$
  - $f(x) = x^3 + 1$ ,  $a = 0$ ,  $b = 2$
  - $f(x) = x^4 + x$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$
  - $f(x) = x^2 + 2$ ,  $a = -2$ ,  $b = 2$
- Bestimme den Inhalt der Fläche, den der Graph mit der  $x$ -Achse einschließt.
  - $f(x) = 4 - x^2$
  - $f(x) = -x^2 + 5x + 6$
  - $f(x) = x^3 + 2x^2$
- Bestimme den Inhalt der Fläche, den die beiden Graphen miteinander einschließen.
  - $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = 5x$
  - $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = 2x + 3$
  - $f(x) = x^2 + 2$ ,  $g(x) = 2x + 2$
  - $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ ,  $g(x) = -x + 3$

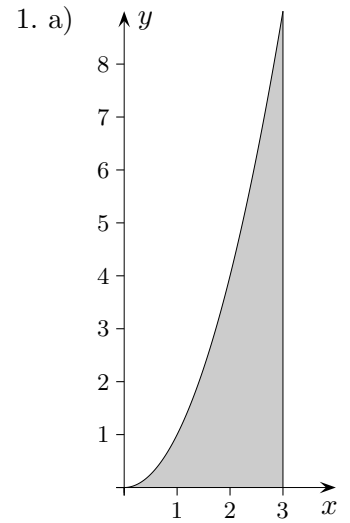
## Integralrechnung    Lösungen

1. a)  $A = \int_0^3 x^2 dx = \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^3 = \dots = 9$

b)  $A = \int_0^2 (x^3 + 1) dx = \left[ \frac{x^4}{4} + x \right]_0^2 = \dots = 6$

c)  $A = \int_1^2 (x^4 + x) dx = \left[ \frac{x^5}{5} + \frac{x^2}{2} \right]_1^2 = \dots = \frac{77}{10}$

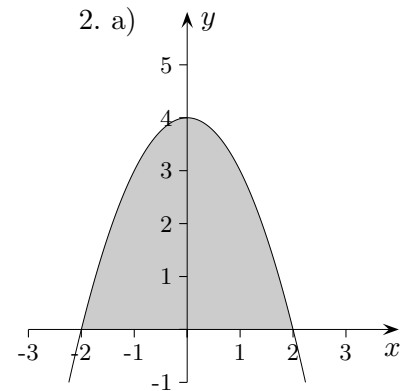
d)  $A = 2 \int_0^2 (x^2 + 2) dx = 2 \left[ \frac{x^3}{3} + 2x \right]_0^2 = \dots = \frac{40}{3}$



2. a)  $A = 2 \int_0^2 (4 - x^2) dx = 2 \left[ 4x - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \dots = \frac{32}{3}$

b)  $A = \int_{-1}^6 (-x^2 + 5x + 6) dx =$   
 $\left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 6x \right]_{-1}^6 = \dots = 57\frac{1}{6}$

c)  $A = \int_{-2}^0 (x^3 + 2x^2) dx = \left[ \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right]_{-2}^0 = \dots = \frac{4}{3}$



3. a)  $A = \int_0^5 (5x - x^2) dx = \dots = 20\frac{5}{6}$

b)  $A = \int_{-1}^3 (2x + 3 - x^2) dx = \dots = 10\frac{2}{3}$

c)  $A = \int_0^2 ((2x + 2) - (x^2 + 2)) dx =$   
 $\int_0^2 (2x - x^2) dx = \dots = \frac{4}{3}$

d)  $A = \int_0^3 ((-x^2 + 2x + 3) - (-x + 3)) dx =$   
 $\int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \dots = \frac{9}{2}$

